Sonderabdruck aus
SCHWEIZERISCHE ZEITSCHRIFT FÜR HYDROLOGIE
BIRKHÄUSER VERLAG BASEL
Vol. 29 1967 Fasc. 1

Die hydraulische Berechnung von Venturikanälen in der Abwassertechnik

Von HANSJÖRG WEINMANN
EAWAG, Zürich

1. Einleitung

Der Venturikanal hat in der Abwassertechnik eine grosse Verbreitung erlangt, da er sich im Gegensatz zu anderen Messeinrichtungen auch zum Einsatz in stark verschmutzten Abwässern eignet. Seine durchlaufende Sohle und das Fehlen von scharfkantigen Profilveränderungen ermöglichen sowohl den Sedimenttransport wie den ungehinderten Durchfluss von Geschwemmsel.

In der Abwassertechnik wird ausschliesslich der Venturikanal mit freiem Abfluss verwendet, dessen Abmessungen und Unterwasserstände stets den Fliesswechsel vom strömenden zum schießenden Abfluss gewährleisten. Die damit erzielte Beziehung zwischen Durchflussmenge und Tiefe ist zur Messung besser geeignet als beim Venturikanal ohne Fliesswechsel. Dies äussert sich am augenfälligsten in der möglichen Beschränkung auf eine einzige Tiefenmessung. Die vorliegende Arbeit befasst sich nur mit dem Venturikanal mit Fliesswechsel.

Bei der hydraulischen Berechnung von Abwasserreinigungsanlagen sind die fortschreitend ermittelten Energielinienhöhen des Unterwassers für die Bemessungswassermengen gegeben. Bei den Venturikanälen stellt sich die Aufgabe, Querschnittsabmessungen und Sohlenkote derart festzulegen, dass bei kleinsten Energieverlusten der freie Abfluss gewahrt bleibt. Es gehört nicht zur hydraulischen Berechnung von Kläranlagen, mit Koeffizienten verfeinerte Durchflussgleichungen oder gar Eichkurven aufzustellen. Die Formgebung des Venturis und die Aufstellung von Eichkurven gehören zur Detailbearbeitung, welche zusammen mit dem Messgeberfabrikanten durchgeführt wird. Die vorliegende Arbeit bezweckt, dem im Abwasserfach tätigen Ingenieur die hydraulische Berechnung der Venturikanäle zu erläutern und ihm Dimensionierungsregeln zusammenzustellen.

Ich danke meinem Mitarbeiter Herrn Ing. H. R. Rhein für die wertvollen Anregungen, die er mir bei der Ausarbeitung des Manuskriptes zukommen liess.

2. Theoretische Grundlagen

2.1 QUERSCHNITTSFORMEN

Mit Ausnahme des Trapezprofils lassen sich die üblichen Venturiquerschnittsformen durch folgende Potenzfunktionen umschreiben:

$$\boxed{\frac{1}{2} b(h) = c h^n} \quad [\text{m}]. \quad (1)$$

$$\boxed{F(h) = \frac{2c}{(n+1)} h^{(n+1)}} \quad [\text{m}^2]. \quad (2)$$

$b(h)$ = Profilbreite in Funktion der Höhe h [m]

$F(h)$ = Querschnittsfläche in Funktion der Höhe h [m²]

n = Wählbarer Exponent [—]

c = Wählbarer Koeffizient [m⁽¹⁻ⁿ⁾]

Der Exponent n legt die Grundform des Venturiquerschnittes fest. Er wird in der Regel wie folgt gewählt:

$n = 1$: Dreieck

$n = 0,5$: Normalparabel 2. Grades

$n = 0$: Rechteck

Der Koeffizient c entspricht der halben Profilbreite bei der Tiefe $h = 1$ und bedeutet (s. Tabelle 1):

Dreieck: $c = \text{ctg } \varphi$; φ = Komplement des halben Öffnungswinkels

Normalparabel 2. Grades: $c = \sqrt{D}$; D = Durchmesser des Scheitelkrümmungskreises

Rechteck: $c = \frac{1}{2}b$; b = Rechteckbreite

Die Abbildung 1 illustriert die Abhängigkeit der Profilform von n und c . Der Trapezquerschnitt wird im Abschnitt 2.5 behandelt.

Abbildung 1

Abhängigkeit der Profilform von n und c .

2.2 FLIESSWECHSEL

2.21 Kritische Fließgeschwindigkeit v_k

Die Wellenlehre liefert für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit w der Schwerewellen im Wasser die Beziehung

$$w^2 = \frac{g \lambda}{2 \pi} \mathfrak{T} g \left(\frac{2 \pi \bar{h}}{\lambda} \right) \quad [(\text{m/s})^2].$$

w = Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Schwerewellen [m/s]

g = Erdbeschleunigung [m/s²]

λ = Wellenlänge [m]

$\bar{h}$ = hydraulische Tiefe [m]

Die hydraulische Tiefe $\bar{h}$ ist definiert als Quotient der Querschnittfläche und der Wasserspiegelbreite und beträgt bei Verwendung der Gl. (1) und (2):

$$\bar{h} = \frac{F(h)}{b(h)} = \frac{1}{(n+1)} h \quad [\text{m}]. \quad (3)$$

Abbildung 2
Definition der hydraulischen Tiefe $\bar{h}$.

Für flache Wellen im seichten Wasser wird der Quotient $\bar{h}/\lambda$ klein, so dass der Tangens hyperbolicus seinem Argument gleichgesetzt werden kann. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit wird dann angenähert zu

$$w^2 \simeq \frac{g \lambda}{2\pi} \frac{2\pi \bar{h}}{\lambda} = g \bar{h} \quad [(\text{m/s})^2].$$

Überschreitet in einem Gerinne die mittlere Fließgeschwindigkeit den Betrag der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Störungswellen, so wird der Abfluss vom Zustand im Unterwasser unabhängig; der Abfluss wird schiessend. Die Fließgeschwindigkeit des Grenzfalles $v_k = w$ wird kritische Geschwindigkeit genannt und beträgt bei Verwendung der Gl. (3):

$$v_k^2 = g \bar{h}_k = \frac{g}{(n+1)} h_k \quad [(\text{m/s})^2]. \quad (4)$$

2.22 Kritische Wassertiefe h_k

Durch Einsetzen der Definition der mittleren Geschwindigkeit in Gl. (4) erhält man folgende Beziehung für die kritische Wassertiefe h_k :

$$\frac{Q^2}{F_{h_k}^3} = v_k^2 = \frac{g}{(n+1)} h_k \quad [(\text{m/s})^2].$$

Mit Gl. (2) erhält man durch Auflösen nach h_k :

$$h_k = \sqrt[2n+3]{\frac{Q^2}{g} \frac{(n+1)^3}{4 c^2}} \quad [\text{m}]. \quad (5)$$

2.23 Minimale spezifische Energielinienhöhe H_{min}

Setzt man im Theorem von Bernoulli die kritische Tiefe h_k und die kritische Geschwindigkeit v_k nach Gl. (4) ein, so resultiert die minimale spezifische Energielinienhöhe H_{min} :

$$H_{min} = h_k + \frac{v_k^2}{2g} = h_k + \frac{h_k}{2(n+1)} \quad [\text{m}].$$

$$\boxed{H_{min} = \frac{(2n+3)}{(2n+2)} h_k} \quad [\text{m}]. \quad (6)$$

Durch Einsetzen von Gl. (5) erhält man die allgemeine Beziehung:

$$H_{min} = \frac{(2n+3)}{(2n+2)} \sqrt{\frac{Q^2}{g} \frac{(n+1)^3}{4c^2}} \quad [\text{m}].$$

In der Abbildung 5 ist H_{min} in Funktion der Wassermenge und der Profilkenngrößen dargestellt.

Obige Herleitung auf Grund der Wellenlehre soll die Bedeutung des freien Abflusses erklären und die Sonderstellung der kritischen Tiefe als Merkmal des Venturikanals mit Fließwechsel hervorheben. In der technischen Hydraulik ermittelt man die kritische Tiefe normalerweise durch Nullsetzen der ersten Ableitung des Theorems von Bernoulli, womit man das gleiche Resultat erhält:

$$H = h + \frac{Q^2}{2gF(h)^2} = h + \frac{1}{2g} \left[\frac{(n+1)Q}{2c} \right]^2 h^{-2(n+1)}$$

$$\frac{dH}{dh} = 1 - \frac{1}{2g} \left[\frac{(n+1)Q}{2c} \right]^2 2(n+1) h^{-(2n+3)}$$

$$h_k^{(2n+3)} = \frac{Q^2}{g} \frac{(n+1)^3}{4c^2}.$$

2.3 TRAPEZQUERSCHNITT

Für den Trapezquerschnitt können die kritische Tiefe und die minimale spezifische Energielinienhöhe nicht in expliziter Form ausgedrückt werden. FLIERL [1] entwickelte ein Verfahren, das wir hier ohne Ableitung übernehmen:

Abbildung 3
Profilkenngrößen des Trapezquerschnittes.

Für die gewählten Profilkenngrößen b_u und φ berechne man:

$$r = \frac{Q}{b_u \sqrt{2g}} \left(\frac{\operatorname{ctg} \varphi}{b_u} \right)^{3/2} [-]. \quad (7)$$

Ist $r < 0,66$, so bestimmt man aus der Abbildung 6 die Werte s und t .

Ist $r > 0,66$, so bestimmt man für den Reziprokwert $\bar{r} = 1/r$ die Werte $\bar{s}$ und $\bar{t}$ und ermittelt wiederum die Reziprokwerte $s = 1/\bar{s}$ und $t = 1/\bar{t}$. Als Resultate erhält man:

$$h_k = s t \frac{b_u}{\operatorname{ctg} \varphi} \quad H_{\min} = s \frac{b_u}{\operatorname{ctg} \varphi} \quad [\text{m}]. \quad (8)$$

2.4 Grenzlage des Unterwasserspiegels

In den Gerinnen der Abwasserreinigungsanlagen ist der schiessende Abfluss unerwünscht. Er bewirkt hohe Energieverluste und verursacht weiträumige Störzonen in Absetzbecken. Für Längssandfänge und Rechenanlagen ist der strömende Abfluss unbedingte Voraussetzung. Beim üblichen Sohlengefälle von etwa 2‰ stellt sich der strömende Zustand nach dem Venturikanal meist von selbst ein, zumal das Unterwasser fast immer im Rückstau der nachfolgenden Anlageteile liegt. Hierbei besteht aber die Gefahr, dass der Unterwasserspiegel die Grenzlage übersteigt, bei welcher die unerwünschte Beeinflussung des Oberwasserspiegels beginnt.

Die Berechnung der Grenzlage des Unterwasserspiegels ist nur mit vereinfachten Annahmen möglich. Nach DE MARCHI [2] tritt der Grenzfall ein, wenn die Differenz e zwischen der minimalen Energielinienhöhe $H_{2\min}$ in der Einschnürung und der Wassertiefe h_4 unterhalb des Wassersprungs ein Minimum wird und in der Einschnürung gerade noch Fließwechsel stattfindet.

Abbildung 4

Wasserspiegel- und Energielinienverhältnisse im Venturikanal.

Das Theorem von Bernoulli lautet bei Vernachlässigung der Reibungsverluste, der Stromfadenkrümmung, der ungleichmässigen Geschwindigkeitsverteilung und des Sohlengefälles (s. Abbildung 4):

$$H_{2min} = h_3 + \frac{v_3^2}{2g} = h_4 + e \quad [\text{m}]. \quad (9)$$

Die Wassertiefe h_3 ist durch die Beziehung zwischen den konjugierten Wassertiefen theoretisch eindeutig von h_4 abhängig und erreicht im Grenzfall ebenfalls einen Grenzwert. Die aus dem Stützkraftsatz ableitbare Beziehung zwischen den konjugierten Wassertiefen gilt jedoch nur für parallelwandige horizontale Gerinne mit Rechteckquerschnitt, also nur dann, wenn der Wassersprung unterhalb des Diffusors eintritt:

$$h_4 = \frac{h_{3k}}{2 Fr_3^{2/3}} \left[\sqrt{1 + 8 Fr_3^2} - 1 \right] \quad [\text{m}]. \quad (10)$$

$$Fr_3 = \text{Froudsche Zahl im Profil 3} = \frac{v_3}{\sqrt{g h_{3k}}} = \left(\frac{h_{3k}}{h_3} \right)^{3/2}$$

Durch die Einführung der Froudschen Zahl lässt sich die Differenz e von DE MARCHI aus den Gl. (9) und (10) wie folgt berechnen:

$$e = \frac{h_{3k}}{2 Fr_3^{2/3}} \left(3 + Fr_3^2 - \sqrt{1 + 8 Fr_3^2} \right) \quad [\text{m}]. \quad (11)$$

Die zum Minimalwert e_{min} gehörende Froudsche Zahl erhält man durch Nullsetzen der ersten Ableitung der Gl. (11). Hieraus resultiert nach Umformen und Quadrieren eine Gleichung sechsten Grades

$$(Fr_3^2 - 1)(8Fr_3^4 - 19Fr_3^2 - 2) = 0$$

mit den zwei positiven reellen Wurzeln:

$$\begin{aligned} Fr_3 &= 1^{1/2} = 1 \\ Fr_3 &= 2,476^{1/2} = 1,57 \end{aligned}$$

Die erste Wurzel ist trivial und gilt für schiessendes Unterwasser. Die zweite Wurzel stellt die gewünschte Lösung dar. Man erhält damit aus den Gl. (10) und (11):

$$\begin{aligned} h_{4g} &= 1,32 h_{3k} \\ e_{min} &= 0,34 h_{3k} \end{aligned}$$

Diese Werte, in Gl. (9) eingesetzt, liefern die gesuchte Beziehung:

$$H_{2min} = (1,32 + 0,34) h_{3k} = \frac{1,66}{1,32} h_{4g} = 1,26 h_{4g}.$$

$$h_{4g} = \frac{1}{1,26} H_{2min} \simeq \frac{4}{5} H_{2min} \quad [\text{m}].$$

Da dieses Resultat nur den Energieverlust des Wassersprungs berücksichtigt und nur gilt, wenn der Wassersprung unterhalb des Diffusors eintritt, ist es empfehlenswert, für die hydraulische Berechnung von folgender Forderung auszugehen:

$$\boxed{H_4 \leq \frac{4}{5} H_{2min}} \quad [\text{m}] . \quad (12)$$

Mit dieser Forderung berücksichtigt man für den Venturikanal beim Auftreten der Unterwassergrenztiefe einen Verlust von 20% der Zulaufenergie. Bei allen anderen Wassermengen, welche nicht die Unterwassergrenztiefe einstellen, wird der Energieverlust noch grösser. Diese Tatsache ist für Abwasserreinigungsanlagen von grosser Bedeutung, weil die Grenztiefe meistens bei Q_{min} erreicht wird. Für Q_{max} ergeben sich dann bedeutend höhere Verluste, welche sich auf die Höhenlage der oberhalb liegenden Bauwerke auswirken.

2.5 TIEFE DES STRÖMENDEN OBERWASSERS

In Abwasserreinigungsanlagen haben die Zulaufkanäle zur Venturimeßstelle meistens rechteckförmige Querschnitte. Hierbei gilt unter Vernachlässigung der Reibungs- und Kontraktionsverluste sowie des Sohlgefälles (s. Abbildung 4):

$$H_{2min} \simeq h_1 + \frac{v_1^2}{2g} = h_1 + \frac{Q^2}{2g b_1^2 h_1^2} = h_1 + \frac{4 H_{1min}^3}{27 h_1^2} \quad [\text{m}] .$$

Von den drei Lösungen dieser Gleichung dritten Grades gehört nur die folgende zum gewünschten strömenden Oberwasser:

$$\boxed{h_1 = \frac{(H_{1min}/H_{2min})^{3/2}}{3 \sin [1/3 \arcsin (H_{1min}/H_{2min})^{3/2}]} H_{2min}} \quad [\text{m}] . \quad (13)$$

Diese Gleichung lässt sich auch in der Form $h_1 = \alpha H_{2min}$ schreiben, wofür man in der Abbildung 7 für die gewünschten Quotienten CH_{1min}/H_{2min} den Faktor α herauslesen kann. Gl. (13) und Abbildung 7 gelten für beliebige Venturiuerschnittsformen mit rechteckförmigem Zulaufkanal.

3. Gang der hydraulischen Berechnung

Vorerst werden die Energielinienhöhen H_4 unterhalb des Venturikanals mittels Staukurvenrechnung für alle Bemessungswassermengen, mindestens aber für Q_{min} und Q_{max} berechnet. Je grösser die Energielinienhöhen H_4 sind, desto enger ergibt sich die erforderliche Venturieinschnürung und umso grösser werden die Oberwassertiefen h_1 . Für Rohabwasser entsteht hierbei die Gefahr, dass durch zu kleine Fliessgeschwindigkeiten im Oberwasser Schmutzstoffablagerungen entstehen. Wählt man andererseits durch eine höhere Gerinnesohlenkote zu kleine Unterwassertiefen h_4 , so läuft man Gefahr, dass das Unterwasser schiessend bleibt und bei unterliegenden Bauwerkseinläufen Störungen verursachen kann.

Wenn kein Durchfluss vorhanden ist, muss der Venturikanal leerlaufen, da sonst durch die Wassertiefe $h_1 \neq 0$ ein Durchfluss vorgetäuscht wird.

Abbildung 5

Minimale spezifische Energielinienhöhe H_{min} .

Abbildung 6

Diagramm nach FLIERL für Trapezprofile.

Mit Gl. (12) werden für die im Unterwasser festgelegten Energielinienhöhen H_4 die minimalen spezifischen Energielinienhöhen H_{2min} in der Einschnürung berechnet:

$$H_{2min} = \frac{5}{4} H_4 \quad [\text{m}]. \quad (12)$$

Hierbei ist genügend Sicherheit eingerechnet. Da die Bemessungswassermengen aber erst in Jahrzehnten erreicht werden, ist es angezeigt, den freien Venturidurchfluss auch für die heutigen Wassermengen zu gewährleisten.

Mit den berechneten Werten für H_{2min} erhält man auf der Abszisse x der Abbildung 5 die Quotienten Wassermenge je Profilkenngrösse und hieraus für die Bemessungswassermengen die erforderlichen Profilkenngrössen. Diejenige Profilkenngrösse, welche den engsten Querschnitt ergibt, ist als massgebend zu wählen; der Unterwasserspiegel erreicht bei der zugehörigen Wassermenge die Grenzlage. Die massgebende Profilkenngrösse rundet man im Sinne einer zusätzlichen Sicherheit bei Dreieckprofilen auf und bei Parabel- und Rechteckprofilen ab.

Bei trapezförmigen Venturikanälen sind die Profilkenngrössen durch Proberechnung zu bestimmen. Man ermittelt für die Bemessungswassermengen mit dem Diagramm der Abbildung 6 für gewählte Profilkenngrössen die minimalen spezifischen Energielinienhöhen. Ist einer dieser H_{2min} -Werte kleiner als der erforderliche nach Gl. (12), so müssen die Profilkenngrössen eines engeren Trapezes gewählt werden.

Für die gewählte Profilkenngrösse werden nun für alle Bemessungswassermengen die endgültigen H_{2min} -Werte berechnet. Bei Dreieck-, Parabel- und Trapezprofilen müssen zudem für Q_{max} die Wasserspiegelbreiten überprüft werden, da diese kleiner als die Gerinnebreite sein müssen.

Die Oberwassertiefen h_1 , als Ausgangswerte für die weitere hydraulische Berechnung, werden mit Gl. (13) oder Abbildung 7 ermittelt. Ist der Zulaufkanal nicht rechteckförmig, so muss h_1 mittels Iterationsrechnung gesucht werden.

Am Schlusse der Berechnung sollte als überschlägige Kontrolle überprüft werden, ob die Unterwassertiefe h_4 bei jeder Wassermenge kleiner als etwa $0,8 h_1$ ist.

Abbildung 7 Diagramm zur Auflösung der Gl. (13) bei rechteckförmigem Gerinnequerschnitt.

Tabelle 1

Zusammenstellung der Formeln für die üblichen Venturiquerschnittsformen

	Allgemein	Dreieck
Querschnittsform	Gleichung (1) $\frac{1}{2} b(h) = c h^n$ Exponent n Koeffizient c	$n = 1$ $c = \text{ctg } \varphi [-]$
Querschnittsfläche	Gleichung (2) $F(h) = \frac{2c}{(n+1)} h^{n+1}$	$F(h) = \text{ctg } \varphi h^2$
Kritische Tiefe	Gleichung (5) $h_{2k} = \sqrt[(2n+3)]{\frac{Q^2}{g} \frac{(n+1)^3}{4c^2}}$	$h_{2k} = \sqrt[5]{\frac{Q^2}{g} \frac{2}{\text{ctg}^3 \varphi}}$
Kritische Geschwindigkeit	Gleichung (4) $v_{2k} = \sqrt{g \bar{h}_{2k}} = \sqrt{g h_{2k} \frac{1}{(1+n)}}$	$v_{2k} = \sqrt{g \frac{1}{2} h_{2k}}$
Minimale spezifische Energielinienhöhe	Gleichung (6) $H_{2min} = \frac{(2n+3)}{(2n+2)} h_{2k}$	$H_{2min} = \frac{5}{4} h_{2k}$
Kriterium für freien Abfluss	Gleichung (12) $H_{2min} \geq \frac{5}{4} H_4$ Der freie Abfluss ist bei allen Querschnittsformen mit Sicherheit gewährleistet, wenn $h_{2k} \geq H_4$	$h_{2k} \geq H_4$
Tiefe des strömenden Oberwassers bei rechteckförmigem Zulaufkanal	Gleichung (13) $h_1 = \alpha H_{2min}$ α aus Abb. 7	$h_1 = \alpha H_{2min}$
h_1	$h_1 = \frac{(H_{1min}/H_{2min})^{3/2} H_{2min}}{3 \sin[\frac{1}{3} \arcsin(H_{1min}/H_{2min})^{3/2}]}$	

Profilnummern nach Abbildung 4

N. Parabel 2. Grades	Rechteck	Trapez

$n = \frac{1}{2}$ $c = \sqrt{D} \text{ [m}^{1/2}\text{]}$	$n = 0$ $c = \frac{1}{2} b \text{ [m]}$	$r = \frac{Q}{b_u \sqrt{2g}} \left(\frac{\text{ctg } \varphi}{b_u} \right)^{3/2}$ $s \text{ und } t \text{ aus Abb. 6}$
$F(h) = \frac{4}{3} \sqrt{D} h^{3/2}$	$F(h) = b h$	$F(h) = h (b_u + \text{ctg } \varphi h)$
$h_{2k} = \frac{1}{2} \sqrt[4]{\frac{Q^2}{g} \frac{27}{2D}}$	$h_{2k} = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{g} \frac{1}{b^2}}$	$h_{2k} = s t \frac{b_u}{\text{ctg } \varphi}$
$v_{2k} = \sqrt{g \frac{2}{3} h_{2k}}$	$v_{2k} = \sqrt{g h_{2k}}$	$v_{2k} = \sqrt{2 g s \frac{b_u}{\text{ctg } \varphi} (1 - t)}$
$H_{2min} = \frac{4}{3} h_{2k}$	$H_{2min} = \frac{3}{2} h_{2k}$	$H_{2min} = s \frac{b_u}{\text{ctg } \varphi} = \frac{1}{t} h_{2k}$
$h_{2k} \geq \frac{15}{16} H_4$	$h_{2k} \geq \frac{5}{6} H_4$	$h_{2k} \geq \frac{5 t}{4} H_4$
$h_1 = \alpha H_{2min}$	$h_1 = \alpha H_{2min}$	$h_1 = \alpha H_{2min}$
	$h_1 = \frac{H_{2min}}{3 \sin [\frac{1}{3} \arcsin (b_2/b_1)]} \left(\frac{b_2}{b_1} \right)$	

4. Zahlenbeispiel

4.1. DREIECK-, PARABEL- UND RECHTECKVENTURIKANAL

In einem 0,60 m breiten, rechteckförmigen Zulaufgerinne zu einem Vorklärbecken soll ein Venturikanal eingebaut werden. Die Ausbauwassermenge ist wie folgt festgelegt:

$$Q_{min} = 0,10 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_{max} = 0,60 \text{ m}^3/\text{s}$$

Ein- und Auslaufkonstruktion des Vorklärbeckens sind derart ausgebildet, dass die Wassertiefen im Zulaufkanal stets strömenden Zustand und eine Mindestgeschwindigkeit von 0,50 m/s gewährleisten. Die Staukurvenrechnung ergibt bei der Messstelle folgende Verhältnisse:

$$\begin{array}{lll} Q_{min} & H_4 = 0,30 \text{ m} & h_4 = 0,28 \text{ m} \\ Q_{max} & H_4 = 0,72 \text{ m} & h_4 = 0,55 \text{ m} \end{array}$$

Erforderliche Profilkenngrößen

Für den jederzeit freien Abfluss des Venturikanals muss die minimale spezifische Energielinienhöhe in der Einschnürung nach Gl. (12) betragen:

$$Q_{min} \quad H_{2min \text{ erf.}} = \frac{5}{4} H_4 = 0,375 \text{ m}$$

$$Q_{max} \quad H_{2min \text{ erf.}} = \frac{5}{4} H_4 = 0,90 \text{ m}$$

Aus der Abbildung 5 erhält man mit diesen H_{min} -Werten für die drei Venturiformen folgende Abszissen x :

	<i>Dreieck</i>	<i>N. Parabel</i>	<i>Rechteck</i>
Q_{min}	$x = 0,11$	0,27	0,39
Q_{max}	$x = 0,98$	1,57	1,45

Mit den zugehörigen Wassermengen können nun aus den Abszissen x die erforderlichen Profilkenngrößen errechnet werden:

Dreieck:

$$Q_{min} \quad \text{ctg } \varphi = \frac{Q_{min}}{x} = \frac{0,10}{0,11} = 0,910 \quad \varphi = 47,7^\circ$$

$$Q_{max} \quad \text{ctg } \varphi = \frac{Q_{max}}{x} = \frac{0,60}{0,98} = 0,612 \quad \varphi = 58,5^\circ$$

$$\begin{array}{ll} \text{Erforderliche Profilkenngrösse} & \varphi = 58,5^\circ \\ \text{Es wird gewählt} & \varphi = 60^\circ \end{array}$$

N. Parabel:

$$Q_{min} \quad \sqrt{D} = \frac{Q_{min}}{x} = \frac{0,1}{0,27} = 0,37 \text{ m}^{1/2} \quad D = 0,14 \text{ m}$$

$$Q_{max} \quad \sqrt{D} = \frac{Q_{max}}{x} = \frac{0,60}{1,57} = 0,382 \text{ m}^{1/2} \quad D = 0,146 \text{ m}$$

$$\begin{array}{ll} \text{Erforderliche Profilkenngrösse} & D = 0,14 \text{ m} \\ \text{Es wird gewählt} & D = 0,10 \text{ m} \end{array}$$

Rechteck:

$$Q_{min} \quad b = \frac{Q_{min}}{x} = \frac{0,1}{0,39} = 0,26 \text{ m}$$

$$Q_{max} \quad b = \frac{Q_{max}}{x} = \frac{0,60}{1,45} = 0,41 \text{ m}$$

Erforderliche Profilkenngrösse $b = 0,26 \text{ m}$

Es wird gewählt $b = 0,25 \text{ m}$

Minimale spezifische Energielinienhöhen

Mit den gewählten Profilkenngrössen ermittelt man nun aus Abbildung 5 die definitiven Werte für H_{2min} :

Dreieck $\varphi = 60^\circ$

$$Q_{min} \quad x = \frac{Q_{min}}{\text{ctg } 60^\circ} = \frac{0,10}{0,5774} = 0,173 \quad H_{2min} = 0,45 \text{ m}$$

$$Q_{max} \quad x = \frac{Q_{max}}{\text{ctg } 60^\circ} = \frac{0,60}{0,5774} = 1,04 \quad H_{2min} = 0,92 \text{ m}$$

N. Parabel $D = 0,10 \text{ m}$

$$Q_{min} \quad x = \frac{Q_{min}}{\sqrt[3]{0,10}} = \frac{0,10}{0,316} = 0,316 \quad H_{2min} = 0,40 \text{ m}$$

$$Q_{max} \quad x = \frac{Q_{max}}{\sqrt[3]{0,10}} = \frac{0,60}{0,316} = 1,90 \quad H_{2min} = 0,99 \text{ m}$$

Rechteck $b = 0,25 \text{ m}$

$$Q_{min} \quad x = \frac{Q_{min}}{b} = \frac{0,10}{0,25} = 0,40 \quad H_{2min} = 0,38 \text{ m}$$

$$Q_{max} \quad x = \frac{Q_{max}}{b} = \frac{0,60}{0,25} = 2,40 \quad H_{2min} = 1,25 \text{ m}$$

Grösste Wasserspiegelbreiten bei Q_{max}

Die Wasserspiegelbreite in der Einschnürung beträgt (s. Tabelle 1):

$$\text{Dreieck } b_2 = 2 \text{ctg } \varphi \frac{4}{5} H_{2min} = 2 \cdot 0,5774 \cdot 0,8 \cdot 0,92 \text{ m} = 0,85 \text{ m} > b_4 = b_1$$

$$\text{Parabel } b_2 = \left(4 D \frac{3}{4} H_{2min} \right)^{1/2} = (4 \cdot 0,10 \cdot 0,75 \cdot 0,99 \text{ m})^{1/2} = 0,55 \text{ m} < b_4 = b_1$$

$$\text{Rechteck } b_2 = \quad \quad \quad = 0,25 \text{ m} < b_4 = b_1$$

In diesem Beispiel ist das hydraulisch günstige Dreieckprofil mit $\varphi = 60^\circ$ aus baulichen Gründen unbrauchbar, weil die Wasserspiegelbreite bei Q_{max} grösser wird als die Gerinnebreite. Es wird deshalb $\varphi = 75^\circ$ gewählt:

Dreieck $\varphi = 75^\circ$

$$Q_{min} \quad x = \frac{Q_{min}}{\text{ctg } 75^\circ} = \frac{0,10}{0,268} = 0,373 \quad H_{2min} = 0,61 \text{ m}$$

$$Q_{max} \quad x = \frac{Q_{max}}{\text{ctg } 75^\circ} = \frac{0,60}{0,268} = 2,24 \quad H_{2min} = 1,25 \text{ m}$$

$$b_2 = 2 \text{ctg } 75^\circ \frac{4}{5} H_{2min} = 2 \cdot 0,268 \cdot 0,8 \cdot 1,25 = 0,54 \text{ m} < b_4 = b_1$$

Wassertiefe im Zulaufkanal

Die minimalen spezifischen Energielinienhöhen H_{1min} im 0,60 m breiten rechteckförmigen Zulaufkanal ermittelt man aus Abbildung 5:

$$\begin{array}{lll} Q_{min} & x = \frac{Q_{min}}{b_1} = \frac{0,10}{0,60} = 0,167 & H_{1min} = 0,21 \text{ m} \\ Q_{max} & x = \frac{Q_{max}}{b_1} = \frac{0,60}{0,60} = 1,00 & H_{1min} = 0,70 \text{ m} \end{array}$$

Mit den Quotienten H_{1min}/H_{2min} können mit Abbildung 7 die Wassertiefen h_1 des Oberwassers bestimmt werden:

Dreieck $\varphi = 75^\circ$

$$\begin{array}{llll} Q_{min} & \frac{H_{1min}}{H_{2min}} = \frac{0,21}{0,61} = 0,344 & \alpha = 0,993 & h_1 = \alpha H_{2min} = 0,993 \cdot 0,61 \text{ m} = 0,61 \text{ m} \\ Q_{max} & \frac{H_{1min}}{H_{2min}} = \frac{0,70}{1,25} = 0,560 & \alpha = 0,974 & h_1 = \alpha H_{2min} = 0,974 \cdot 1,25 \text{ m} = 1,22 \text{ m} \end{array}$$

Parabel $D = 0,10 \text{ m}$

$$\begin{array}{llll} Q_{min} & \frac{H_{1min}}{H_{2min}} = \frac{0,21}{0,40} = 0,525 & \alpha = 0,978 & h_1 = \alpha H_{2min} = 0,978 \cdot 0,40 \text{ m} = 0,39 \text{ m} \\ Q_{max} & \frac{H_{1min}}{H_{2min}} = \frac{0,70}{0,99} = 0,707 & \alpha = 0,942 & h_1 = \alpha H_{2min} = 0,942 \cdot 0,99 \text{ m} = 0,93 \text{ m} \end{array}$$

Rechteck $b = 0,25 \text{ m}$

$$\begin{array}{llll} Q_{min} & \frac{H_{1min}}{H_{2min}} = \frac{0,21}{0,38} = 0,553 & \alpha = 0,974 & h_1 = \alpha H_{2min} = 0,974 \cdot 0,38 \text{ m} = 0,37 \text{ m} \\ Q_{max} & \frac{H_{1min}}{H_{2min}} = \frac{0,70}{1,25} = 0,560 & \alpha = 0,974 & h_1 = \alpha H_{2min} = 0,974 \cdot 1,25 \text{ m} = 1,22 \text{ m} \end{array}$$

Kontrolle

Zur Kontrolle werden die Wassertiefenproportionen überprüft. Das Verhältnis $h_4 : h_1$ sollte den Wert von 0,80 infolge Gl. (12) nicht übersteigen.

	<i>Dreieck</i> $\alpha = 75^\circ$	<i>Parabel</i> $D = 0,10 \text{ m}$	<i>Rechteck</i> $b = 0,25 \text{ m}$
Q_{min}	$h_4/h_1 = 0,46$	0,72	0,76
Q_{max}	$h_4/h_1 = 0,45$	0,59	0,45

4.2 TRAPEZVENTURIKANAL

Auch beim Trapezprofil müssen nach Gl. (12) für den freien Abfluss folgende H_{2min} -Werte erreicht oder überschritten werden:

$$\begin{array}{ll} Q_{min} & H_{2min \text{ erf.}} = \frac{5}{4} H_4 = 0,375 \text{ m} \\ Q_{max} & H_{2min \text{ erf.}} = \frac{5}{4} H_4 = 0,90 \text{ m} \end{array}$$

Wir legen die Sohlenbreite $b_u = 0,15 \text{ m}$ und den Winkel $\varphi = 75^\circ$ fest und kontrollieren, ob die zugehörigen H_{2min} -Werte $\geq H_{2min \text{ erf.}}$

Mit der Formel

$$r = \frac{Q}{b_u \sqrt{2g}} \left(\frac{\operatorname{ctg} \varphi}{b_u} \right)^{3/2} = \frac{Q}{0,15 \cdot 4,43} \left(\frac{0,2679}{0,15} \right)^{3/2} = 3,59 Q$$

erhält man die Ordinatenwerte zur Abbildung 6:

$$Q_{\min} \quad r = 3,59 \cdot 0,1 = 0,359 < 0,66$$

$$Q_{\max} \quad r = 3,59 \cdot 0,6 = 2,155 > 0,66 ; \quad \bar{r} = \frac{1}{r} = 0,464$$

Damit erhält man aus Abbildung 6

$$Q_{\min} \quad s = 0,728$$

$$H_{2\min} = s \frac{b_u}{\operatorname{ctg} 75^\circ} = 0,728 \frac{0,15}{0,2679} = 0,41 \text{ m} > H_{2\min \text{ erf.}}$$

$$Q_{\max} \quad \bar{s} = 0,553 \quad s = \frac{1}{\bar{s}} = 1,81$$

$$\bar{t} = 1,317 \quad t = \frac{1}{\bar{t}} = 0,76$$

$$H_{2\min} = s \frac{b_u}{\operatorname{ctg} 75^\circ} = 1,81 \frac{0,15}{0,2679} = 1,02 \text{ m} > H_{2\min \text{ erf.}}$$

Grösste Wasserspiegelsbreite bei $Q_{\max}$:

$$b_2 = b_u + 2 \cdot \operatorname{ctg} 75^\circ \cdot t \cdot H_{2\min} = 0,15 \text{ m} + 2 \cdot 0,2679 \cdot 0,76 \cdot 1,02 \text{ m} = 0,57 \text{ m} < b_4 = b_1.$$

Mit den gewählten Profilkennziffern werden die Forderungen $H_{2\min} \geq H_{2\min \text{ erf.}}$ und $b_2 \leq b_4 = b_1$ eingehalten. Eine Wiederholung der Rechnung mit andern Profilkennziffern erübrigt sich.

Wassertiefe im Zulaufkanal:

$$Q_{\min} \quad \frac{H_{1\min}}{H_{2\min}} = \frac{0,21}{0,41} = 0,512 \quad \alpha = 0,980 \quad h_1 = \alpha H_{2\min} = 0,980 \cdot 0,41 \text{ m} = 0,40 \text{ m}$$

$$Q_{\max} \quad \frac{H_{1\min}}{H_{2\min}} = \frac{0,70}{1,02} = 0,686 \quad \alpha = 0,948 \quad h_1 = \alpha H_{2\min} = 0,948 \cdot 1,02 \text{ m} = 0,97 \text{ m}$$

Kontrolle

$$Q_{\min} \quad h_4/h_1 = 0,28/0,40 = 0,70$$

$$Q_{\max} \quad h_4/h_1 = 0,55/0,97 = 0,57$$

4.3 RESULTATE DES ZAHLENBEISPIELS

An alle untersuchten Querschnittsformen wurden die gleichen Forderungen gestellt:

- Der Venturikanal muss bei $Q_{\min}$ und $Q_{\max}$ für die vorausgesetzten Unterwasserverhältnisse mit freiem Abfluss arbeiten.
- Der Venturikanal muss in ein 0,60 m breites rechteckförmiges Gerinne eingebaut werden können ($b_2 < b_4 = b_1$).

Als Resultat lässt sich für unser Beispiel folgende Zusammenstellung geben:

		<i>Dreieck</i> $\varphi = 60^\circ$	<i>Dreieck</i> $\varphi = 75^\circ$	<i>N. Parabel</i> $D = 0,10 \text{ m}$	<i>Trapez</i> $b_u = 0,15 \text{ m}$ $\varphi = 75^\circ$	<i>Rechteck</i> $b = 0,25 \text{ m}$
Oberwassertiefe h_1	Q_{min}	0,44 m	0,61 m	0,39 m	0,40 m	0,37 m
	Q_{max}	0,85 m	1,22 m	0,93 m	0,97 m	1,22 m
Energielinien- höhe H_1	Q_{min}	0,45 m	0,61 m	0,40 m	0,41 m	0,38 m
	Q_{max}	0,92 m	1,25 m	0,99 m	1,02 m	1,25 m
Energieverlust in % bezüglich H_1	Q_{min}	33	51	25	27	21
	Q_{max}	22	42	27	29	42
Verhältnis der Energie- verluste $Q_{min} : Q_{max}$		1,5 : 1	1,2 : 1	1 : 1,1	1 : 1,1	1 : 2
Wasserspiegelbreite b_2		zu gross	0,54 m	0,55 m	0,57 m	0,25 m

5. Die zweckmässigste Querschnittsform

Die Abwassertechnik stellt zwei wichtige hydraulische Anforderungen an Venturikanäle:

1. Die Energieverluste sind vor allem bei den grossen Wassermengen klein zu halten, da das verfügbare hydraulische Gefälle bei den Maximalwassermengen meist knapp ist.
2. Die Trockenwetterabflussmenge, welche meist nur einen kleinen Bruchteil der maximalen Durchflussmenge ausmacht, muss möglichst genau gemessen werden. Auf die Querschnittsform übertragen, lauten diese Forderungen:

1. Die Flächenzunahme bei einer gegebenen Wasserspiegeldifferenz muss bei grossen Wassertiefen gross sein.
2. Die Flächenzunahme bei einer gegebenen Wasserspiegeldifferenz muss bei kleinen Wassertiefen klein sein.

Die Ableitungen der Flächen-Wassertiefen-Funktionen zeigen, dass sich die Dreiecksform am besten und die Rechteckform am schlechtesten eignet, währenddem Parabel- und Trapezform dazwischen liegen:

$$\begin{aligned}
 \text{Dreieck:} \quad \Delta F &\simeq \Delta h \cdot 2 \operatorname{ctg} \varphi \cdot h \\
 \text{Parabel:} \quad \Delta F &\simeq \Delta h \cdot 2 \sqrt{D \cdot h} \\
 \text{Trapez:} \quad \Delta F &\simeq \Delta h \cdot (b_u + 2 \operatorname{ctg} \varphi \cdot h) \\
 \text{Rechteck:} \quad \Delta F &\simeq \Delta h \cdot b
 \end{aligned}$$

Die Resultate unseres Zahlenbeispiels bestätigen diese Feststellungen.

Der grosse Nachteil des Dreieckprofils liegt in der rasch zunehmenden Wasserspiegelbreite, welche dessen Verwendungsmöglichkeit limitiert, und in der zu engen Breite in Sohlennähe, was den Geschwemmstdurchfluss behindert.

Die zweckmässigsten Venturiquerschnittsformen für die Abwassertechnik sind die Parabel und das Trapez, was auch in unserem Zahlenbeispiel deutlich zum Ausdruck kommt.

Bezeichnungen

- h = Wassertiefe im Gerinne [m]
 $\bar{h}$ = Hydraulische Wassertiefe im Gerinne $= F/b$ [m]
 h_k = Kritische Wassertiefe [m]
 h_g = Grenztiefe des Unterwassers für freien Abfluss [m]
 H = Spezifische Energielinienhöhe [m]
 H_{min} = Minimale spezifische Energielinienhöhe [m]
 e = Differenz zwischen H_{min} in der Einschnürung und der Unterwassertiefe = $H_{2min} - h_4$ [m]
 b = Wasserspiegelbreite im Gerinne [m]
 b_u = Sohlenbreite des Trapezprofiles [m]
 D = Durchmesser des Scheitelkrümmungskreises beim Parabelprofil 2. Grades [m]
 λ = Wellenlänge der Schwerewellen im Wasser [m]
 F = Benetzte Querschnittsfläche [m²]
 v = Mittlere Fließgeschwindigkeit [m/s]
 v_k = Kritische Fließgeschwindigkeit [m/s]
 w = Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Schwerewellen im Wasser [m/s]
 g = Erdbeschleunigung [m/s²]
 Q = Durchflussmenge [m³/s]
 n = Wählbarer Exponent für die Querschnittsfunktion [-]
 c = Wählbarer Koeffizient für die Querschnittsfunktion [m⁽¹⁻ⁿ⁾]
 φ = Komplement des halben Öffnungswinkels bei Dreieck- und Trapezprofilen [Grad]
 α = Quotient aus Wassertiefe und zugehöriger spezifischer Energielinienhöhe $= h/H$ [-]
 Fr = Froudsche Zahl $= v/v_k$ [-]
 $r, s,$
 $\bar{s}, \bar{t}, \bar{i}$ = Koeffizienten zur Berechnung des Trapezprofiles nach FLIERL [-]

LITERATURVERZEICHNIS

- [1] FLIERL, K., *Zahlentafeln und Kurven zum Rechnen mit der Energielinie für Rechteck- und Trapezgerinne*, Mitt. Vers.-Anst. f. Wass.-Bau, Münch., H. 1 (R. Oldenbourg, Verlag, München 1953).
 [2] DE MARCHI, G., *Dispositivi per la misura della portata dei canali con minime perdite di quota*, L'Energia elett. 13 (1936); 14 (1937).

SUMMARY

The design principles of Venturi flumes in sewage plants are explained and a simple method for the calculation of the throat section is given.