Empirische Bayes-Schätzer zur Datenanalyse in Forstinventuren

Von M. KÖHL und E. GREEN

1 Einleitung

Forstinventuren werden aus der Sicht der Inventurstatistik in der Regel geplant, um eine Zielvariable innerhalb einer definierten Region mit einem befriedigenden, vorgegebenen Fehler zu schätzen. Im ersten Schweizer Landesforstinventar (LFI) sollte der Gesamtvorrat für die Schweiz mit einem Fehler von einem Prozent, für die fünf Produktionsregionen mit einem Fehler von zwei bis vier Prozent geschätzt werden können (MAHRER u. VOLLENWEIDER 1983). Anfragen für Spezialauswertungen im Anschluß an die Publikation der Resultate des ersten LFI (EAFV 1988) werden sehr häufig für kleinere Aussageeinheiten als die ursprünglich geplanten (Gesamtschweiz, Produktionsregionen Alpen, Jura, Mittelland, Alpensüd, Voralpen) verlangt. In diesen Fällen ist die Anzahl der zur Verfügung stehenden Probeflächen vielfach sehr gering, so daß Aussagen nur mit einem sehr hohen Schätzfehler hergeleitet werden können.

Zur Verbesserung der Schätzungen für kleinere Aussageeinheiten existieren verschiedene Methoden. Die klassische Methode besteht in der Aufnahme zusätzlicher Probekreise oder in der Hinzunahme von Luftbildstichproben. Dieses Vorgehen verbietet sich aber in den meisten Fällen aufgrund der anfallenden Kosten und dem notwendigen Organisationsaufwand. Eine andere Gruppe von bekannten Schätzprozeduren basiert auf der empirischen Bayes-Inferenzstatistik. Sie reduzieren den Standardfehler einer individuellen Schätzung, indem nicht nur die Daten für die interessierende Schätzung, sondern auch Daten der übrigen Beobachtungen verwendet werden.

Bei den klassischen Bayes-Methoden werden a priori Wahrscheinlichkeiten oder a priori Verteilungen aus historischen Daten abgeleitet oder subjektiv formuliert. Die Möglichkeit, daß aufgrund unangepaßter Formulierung der Priori-Verteilung die durch die Bayes-Methoden hergeleiteten Posteriori-Verteilungen fehlerhaft sind und zu Mißinterpretationen führen, ist einer der Hauptkritikpunkte der Bayes-Methoden. In den fünfziger Jahren wurden Bayes-Methoden entwickelt, bei denen die Parameter für die Priori-Verteilungen aus den aktuellen Daten geschätzt werden. Diese Gruppe von Bayes-Methoden wird als empirischer Bayes bezeichnet und kann wiederum in zwei Richtungen unterteilt werden: Bei parametrischen empirischen Bayes-Methoden werden parametrische Priori-Verteilungen definiert, bei nichtparametrischen empirischen Bayes-Ansatz bleibt die Priori-Verteilung gänzlich unspezifiziert.

Empirische Bayes-Methoden finden zunehmende Beachtung und wurden bei einer Vielzahl von Problemstellungen angewendet. Einige Beispiele sind die Herleitung von Wahrscheinlichkeiten für einen Feueralarm (CARTER u. ROLPH 1974), FAY und HARRIOT (1979) haben empirische Bayes-Schätzer benutzt, um die Schätzung von Einkommen für kleinere Verwaltungseinheiten zu verbessern oder die Schätzung der Verbreitung von Toxoplasmose in El Salvador (Efron u. Morris 1977). EK und ISSOS (1978) und BURK und EK (1980) haben die Eignung von empirischen Bayes-Schätzern zur Auswertung von Bestandsinventuren untersucht. Ein empirischer Bayes-Schätzer, der die kleinsten Quadratschätzungen von Regressionsgleichungen zu ihrem gewichteten Mittel hin schrumpft, wurde von GREEN und STRAWDERMAN (1985) angewendet, um die Koeffizienten in Volumenfunktionen für 19 Baumarten simultan zu schätzen. GREEN und KÖHL (in

Vorbereitung) haben empirische Bayes-Methoden zur Schätzung von Zellenwerten in Zweiweg-Kontingenz-Tafeln untersucht. SWINDEL (1972) diskutierte die den generellen Bayes-Methoden zugrunde liegenden Prinzipien in einem forstlichen Kontext.

Die grundlegenden Arbeiten im Bereich der empirischen Bayes-Schätzer können ROBINS (1955), STEIN (1955) und JAMES und STEIN (1961) zugeordnet werden. Wir folgen hier einer Prozedur, die von MORRIS (1983) vorgestellt wurde. Zunächst wird diese Prozedur beschrieben und dann am Beispiel eines Datensatzes des ersten Schweizer Landesforstinventars demonstriert.

2 Empirische Bayes-Schätzer

Sollen an einem Datensatz, für den gilt

$$\bar{X} \mid \Theta_i \approx N(\Theta_i, V)$$

$i = 1, \dots, k$

die Mittelwerte von k Gruppen geschätzt werden, so wird man intuitiv den Durchschnittswert

$$\bar{\bar{X}}_i = \sum x_{ij} / n_i$$

der Daten bilden, die mit dem Mittelwert assoziiert sind, und $\bar{\bar{X}}_i$ wird angewendet, um Θ_i zu schätzen. Man geht davon aus, daß es keine Schätzfunktion gibt, die zu einem kleineren mittleren quadratischen Fehler MSE führt. STEIN (1955) zeigte, daß diese Annahme sowohl für die Schätzung eines als auch für die Schätzung zweier Mittelwerte gilt, für die Schätzung von mehr als zwei Mittelwerten aber nicht mehr zulässig ist, da Schätzfunktionen existieren, die zu einem kleineren mittleren quadratischen Fehler führen. Er konnte dies zunächst für alle Fälle veranschaulichen, in denen eine sehr große Zahl von Mittelwerten zu schätzen ist, verallgemeinerte diese Ergebnisse dann zusammen mit JAMES (JAMES u. STEIN 1961) für die Schätzung von mehr als zwei Mittelwerten.

JAMES und STEIN (1961) stellten eine Schätzfunktion vor, die gegenüber dem Mittelwert $\bar{\bar{X}}_i$ zu kleineren mittleren quadratischen Fehlern führt. In diese Funktion fließt ein sogenannter „Schrumpfungsfaktor“ ein, der die einzelnen Gruppenmittel $\bar{\bar{X}}_i$ zum Gesamtmittel hin schrumpft. Der Schrumpfungsfaktor ist abhängig von der Varianz der Beobachtungswerte, der Anzahl der zu schätzenden Mittelwerte und der Streuung der Gruppenmittelwerte um das Gesamtmittel. Je größer die Anzahl Gruppen ist bzw. je geringer die Streuung der Gruppenmittelwerte um das Gesamtmittel ist, desto stärker wirkt sich die Schrumpfung auf die Schätzwerte aus. Eine anschauliche Beschreibung des JAMES-STEIN-Schätzers geben EFRON und MORRIS (1977). Wir werden im folgenden einer Prozedur folgen, die auf dem JAMES-STEIN-Schätzer aufbaut und von MORRIS (1983) vorgestellt wurde. Die Prozedur wird hier kurz zusammengefaßt, dem interessierten Leser wird allerdings das Studium der Originalquelle empfohlen.

Es wird angenommen, daß ein Vektor $\underline{\Theta}$ geschätzt werden soll. Wir beobachten $\underline{Y} = Y_1, Y_2, \dots, Y_p$, wobei Y_i ein unverzerrter Schätzer von Θ_i , $i = 1 \dots p$ ist. Es wird angenommen, daß die Y_i unabhängig voneinander sind. Die Varianz von $\underline{Y}$ ist daher V , wobei V eine Diagonalmatrix mit positiven Werten auf der Diagonalen ist. Hier wird der Fall untersucht, in dem die diagonalen Elemente ungleich sind, d. h. die einzelnen Y_i haben ungleiche Varianzen. Morris schlägt den folgenden empirischen Bayes-Schätzer für $\underline{\Theta}$ vor:

$$[1] \quad \hat{\Theta}_i = (1 - \hat{B}_i) Y_i + \hat{B}_i \bar{Y}_w$$

mit $\bar{Y}_w =$ gewichteter kleinster quadratischer Mittelwert von $\underline{Y}$

$$[2] \quad \bar{Y}_w = \sum W_i Y_i / \sum W_i$$

$$[3] \quad \hat{B}_i = ((p-3)/p-1) V_i / (V_i + \hat{A})$$

$$[4] \quad \hat{A} = \frac{\sum W_i^2 \{ (p/(p-1)) (Y_i - \bar{Y}_w)^2 - V_i \}}{\sum W_i^2}$$

$$[5] \quad W_i = 1/(V_i + \hat{A})$$

$\hat{A}$ repräsentiert im Sinne des empirischen Bayes die Priori-Varianz von Θ . Falls [4] negativ ist, wird $\hat{A} = 0$ geschätzt. Unglücklicherweise müssen [4] und [5] iterativ gelöst werden, wobei in der Regel vier bis fünf Schritte genügen bis die Schätzung von $\hat{A}$ konvergiert.

Falls die Varianzen der Y_i homogen sind, kann gezeigt werden, daß [1] $\underline{Y}$ bei Betrachtung des mittleren Fehlerquadrats dominiert. In dem allgemeineren Fall ungleicher Varianzen liegen solche dominanten Resultate nicht vor, allerdings zeigt die Erfahrung mit dem Schätzer, daß er im allgemeinen $\underline{Y}$ überlegen ist (siehe MORRIS 1983). In der obigen Darstellung wurde angenommen, daß die Varianz von $\underline{Y}$, V , bekannt ist. Normalerweise wird V unbekannt sein. Morris zeigte, daß die Eigenschaften von $\hat{\Theta}$ erhalten bleiben, falls der gewöhnliche verzerrungsfreie Schätzer für V , angewendet wird, obgleich eine marginale Reduktion bei der möglichen Verbesserung von $\underline{Y}$ auftritt.

3 Beispiel

Forstliche Großraum-Inventuren werden geplant und durchgeführt, um Aussagen über die Gesamtpopulation oder Teilpopulationen zu ermöglichen. Das erste Schweizer Landesforstinventar sollte beispielsweise die Herleitung von Informationen für die Gesamtschweiz und die fünf Produktionsregionen Jura, Mittelland, Voralpen, Alpen und Alpensüdseite ermöglichen. Sehr oft besteht allerdings der Wunsch, diese ursprünglichen Aussageeinheiten weiter zu unterteilen, um Aussagen für kleine Einheiten wie bestimmte Baumarten oder Besitzklassen herzuleiten. Im folgenden sollen für die Berechnung der Stammzahl pro Hektar und der Hektarvorräte in den Schweizer Kantonen die Maximum-Likelihood-Schätzwerte den empirischen Bayes-Schätzern gegenübergestellt werden.

Nach BURK und EK (1980) sind empirische Bayes-Schätzer geeignet, um die Effizienz von Schätzwerten für klar definierte, homogene Gruppen, die alle von gleicher Wichtigkeit sind, zu verbessern.

In Tabellen 1 und 2 sind die Ergebnisse für die Stammzahl pro Hektar und das Volumen pro Hektar dargestellt. Die Maximum Likelihood Schätzer wurden nach

$$\bar{X}_i = \sum x_{ij}/n$$

und

$$SE_i = (\sum (x_{ij} - \bar{x}_{i.})^2)/(n(n-1))$$

berechnet. Die Herleitung der Mittelwerte der empirischen Bayes-Schätzer erfolgte nach [1], der Standardfehler nach

$$SE_i = V_i[1 - ((k-1)/k)\hat{B}_i] + V_i(Y_i - \bar{Y}_w)^2$$

mit

$$V_i = (2/(k-3))\hat{B}_i^2(\bar{V} + \hat{A})/(V_i + \hat{A})$$

$$\bar{V} = \sum W_i V_i / \sum W_i$$

V_i ist eine Approximation der Varianz von $\hat{B}_i$, und $\bar{V}$ ist die durchschnittliche Varianz.

Der Standardfehler kann durch die empirischen Bayes-Schätzer in jedem Fall verringert werden, die Reduktion schwankt zwischen 0,06 Prozent und 62,7 Prozent. Insbesondere bei Kantonen mit einem geringen Stichprobenumfang war die Reduktion beachtlich. Das Vertrauensintervall wurde für die Stammzahlsschätzung um durchschnittlich 12,8 Prozent, für die Vorratsschätzung um 3,7 Prozent verringert.

Tabelle 1. Vergleich ML-Schätzer versus empirische Bayes-Schätzer; Stammzahl (N/ha), getrennt nach Kanton ($\bar{x} = 479,88$, durchschnittliche Schrumpfung = 0,242)

Table 1. Comparison, ML-estimators versus empirical Bayes-estimators; tree numbers (N/ha); by cantons ($\bar{x} = 479.88$; mean shrinkage = 0.242)

Kanton	ML-Schätzung	SE	emp. Bayes	SE	Schrumpfung	Reduktion	N
AG	429,701	12,959	433,609	12,511	0,078	3,463	487
AI	537,442	51,806	505,558	35,478	0,549	31,517	54
AR	632,072	43,132	561,222	35,871	0,466	16,834	82
BE	472,402	7,271	472,597	7,176	0,026	1,306	1675
BL	422,840	22,263	434,091	20,239	0,197	9,093	152
BS	350,000	168,028	462,268	62,597	0,864	62,746	3
FR	537,292	17,320	529,804	16,326	0,130	5,740	399
GE	648,770	60,099	545,379	42,691	0,612	28,965	27
GL	501,570	35,368	493,432	28,038	0,375	20,723	145
GR	420,243	8,212	422,207	8,103	0,033	1,330	1525
JU	474,716	16,155	475,313	15,194	0,116	5,950	334
LU	513,152	15,069	509,750	14,320	0,102	4,969	436
NE	442,531	17,066	447,280	16,216	0,127	6,153	284
NW	518,004	41,075	501,112	30,937	0,443	24,683	75
OW	547,316	28,155	528,465	24,501	0,280	12,979	182
SG	516,276	15,426	512,397	14,634	0,107	5,131	512
SH	501,251	31,381	494,338	25,882	0,323	17,523	119
SO	492,515	16,607	490,982	15,575	0,121	6,214	311
SZ	451,214	19,586	455,813	18,003	0,160	8,080	259
TG	466,307	21,188	468,782	19,174	0,182	9,504	213
TI	431,969	10,692	434,580	10,433	0,054	2,423	1066
UR	536,081	33,606	516,256	27,560	0,353	17,990	136
VD	452,153	10,198	453,535	9,952	0,050	2,418	924
VS	433,250	10,868	435,870	10,594	0,056	2,519	1023
ZG	438,810	37,923	455,508	29,526	0,407	22,142	58
ZH	444,830	12,289	447,305	11,876	0,071	3,367	494

Tabelle 2. Vergleich ML-Schätzer versus empirische Bayes-Schätzer; Volumen (m³/ha), getrennt nach Kanton ($\bar{x} = 352,969$, durchschnittliche Schrumpfung = 0,073)

Table 2. Comparison, ML-estimators versus empirical Bayes-estimators, volumes (m³/ha), by cantons ($\bar{x} = 352.969$; mean shrinkage = 0.073)

Kanton	ML-Schätzung	SE	emp. Bayes	SE	Schrumpfung	Reduktion	N
AG	371,865	10,260	371,524	10,167	0,018	0,900	487
AI	475,356	50,155	438,956	43,035	0,297	14,195	54
AR	520,036	33,475	493,067	31,565	0,161	5,707	82
BE	396,667	6,039	396,390	6,021	0,006	0,307	1675
BL	316,632	12,743	317,632	12,570	0,028	1,357	152
BS	418,657	90,632	381,831	60,492	0,561	33,256	3
FR	423,552	14,406	421,092	14,172	0,035	1,625	399
GE	218,940	24,080	231,171	23,231	0,091	3,528	27
GL	357,182	22,543	356,841	21,611	0,081	4,133	145
GR	284,992	5,534	285,354	5,521	0,005	0,246	1525
JU	350,852	10,756	350,894	10,650	0,020	0,994	334
LU	422,867	12,097	421,128	11,957	0,025	1,156	436
NE	348,387	10,904	348,480	10,793	0,020	1,021	284
NW	320,187	23,707	322,961	22,647	0,089	4,471	75
OW	389,187	20,197	386,791	19,531	0,066	3,300	182
SG	420,018	11,976	418,383	11,839	0,024	1,140	512
SH	315,157	18,455	317,270	17,943	0,056	2,775	119
SO	350,257	11,831	350,321	11,689	0,024	1,198	311
SZ	365,959	14,682	365,489	14,415	0,036	1,821	259
TG	379,940	16,972	378,653	16,567	0,048	2,389	213
TI	165,070	4,255	165,662	4,252	0,003	0,066	1066
UR	318,223	19,860	320,450	19,224	0,064	3,201	136
VD	317,804	7,501	318,107	7,021	0,009	0,423	924
VS	243,656	5,934	244,324	5,919	0,006	0,246	1023
ZG	356,475	25,484	356,121	24,163	0,101	5,184	58
ZH	427,932	11,680	426,190	11,555	0,023	1,065	494

Abb. 1. Schrumpfung durch die empirischen Bayes-Schätzer (Holzvorrat getrennt nach Kantonen). Die obere Linie zeigt die Maximum-Likelihood-Schätzer, die untere die empirischen Bayes-Schätzer
 Fig. 1. Shrinkage by the empirical Bayes estimators (standing volume, by cantons). The upper line shows the maximum likelihood estimators, the lower one the empirical Bayes estimators

Abb. 2. Schrumpfung durch die empirischen Bayes-Schätzer (Stammzahl getrennt nach Kantonen). Die obere Linie zeigt die Maximum-Likelihood-Schätzer, die untere die empirischen Bayes-Schätzer
 Fig. 2. Shrinkage by the empirical Bayes estimators (tree number, by cantons). The upper line shows the maximum likelihood estimators, the lower one the empirical Bayes estimators

Der Schrumpfungsfaktor liegt bei der Schätzung der Stammzahl zwischen 0,03 und 0,86, bei der Vorratsschätzung zwischen 0,003 und 0,56. Der mittlere Schrumpfungsfaktor für die Stammzahl war 0,242, d. h., die einzelnen Mittelwerte werden durchschnittlich um etwas weniger als 25 Prozent ihres Abstandes vom Gesamtmittelwert geschrumpft. Für die Vorratsschätzung ergab sich ein mittlerer Schrumpfungsfaktor von 0,073, die durchschnittliche Schrumpfung war hier also geringer. Diese Ergebnisse sind in Abbildung 1 und Abbildung 2 dargestellt.

4 Diskussion

Die Anwendung empirischer Bayes-Schätzer ist nicht frei von Kritik. Ein Hauptkritikpunkt ist, daß die JAMES-STEIN-Schätzer nicht verzerrungsfrei sind. Bei den meisten Anwendungen ist aber ein Schätzer, der regelmäßig dichter an einem wahren Parameter liegt, einem Schätzer, der bei wiederholten Stichproben in einem relativ weiten Bereich um den wahren Parameter schwankt, vorzuziehen.

Das vorliegende Beispiel zeigt, daß empirische Bayes-Schätzer zur Analyse von Forstinventurdaten geeignet sind, insbesondere, da die Effizienz der Schätzer gegenüber den Maximum-Likelihood-Schätzern zum Teil wesentlich besser ist.

Die vorgestellte Schätzprozedur ist dann den Maximum-Likelihood-Schätzern vorzuziehen, wenn zusätzliche, das Problem direkt betreffende Information vorhanden ist. Daß die Prozedur darüber hinaus robust gegenüber den Annahmen, die zu ihrer Herleitung gemacht wurden, ist, erhöht ihren praktischen Nutzen.

Allerdings muß davor gewarnt werden, die empirischen Bayes-Schätzer bedenkenlos bei allen Schätzproblemen anzuwenden. Es muß sehr sorgfältig geprüft werden, welche Informationen verbunden werden. Unterbleibt dies, können zum Teil absurde Resultate aus der Anwendung der Methode hervorgehen.

Weitergehende Untersuchungen müssen sich mit der Verifikation der Ergebnisse unter verschiedensten Bedingungen, d. h. zu schätzende Parameter und der Kombination von zusätzlicher Information, befassen. Empirischen Bayes-Schätzern steht dann – nicht nur bei der Analyse von Inventurdaten – ein weites Feld der Anwendung bei parametrischen Inferenzproblemen offen.

Zusammenfassung

Werden Spezialauswertungen von Forstinventuren für kleinere als die ursprünglich geplanten Aussageinheiten verlangt, sind Ergebnisse häufig nur mit einem hohen Schätzfehler herzuleiten. Die Eignung von empirischen Bayes-Schätzern zur Verbesserung von Schätzungen für kleine Aussageinheiten wird am Beispiel des ersten Schweizer Landesforstinventars untersucht. Eine Einführung in die Theorie empirischer Bayes-Schätzer wird gegeben, wobei einer Prozedur gefolgt wird, die auf dem JAMES-STEIN-Schätzer aufbaut und von MORRIS vorgestellt wurde.

Der Standardfehler konnte bei der Herleitung von Volumen und Stammzahlwerten für die einzelnen Schweizer Kantone in jedem Fall verringert werden. Die einzelnen Mittelwerte wurden bei der Stammzahlschätzung durchschnittlich um etwas weniger als 25 % ihres Abstandes vom Gesamtmittelwert „geschrumpft“, bei der Vorratsschätzung um 7 %.

Die Anwendungsmöglichkeiten von Bayes-Schätzern werden vor dem Hintergrund des gezeigten Beispiels diskutiert.

Summary

Empirical Bayes estimators for data analyses in forest surveys

Special evaluations of forest inventories for units that are smaller than the originally planned ones can in many cases only be derived with a large error of the estimate. The feasibility of using empirical Bayes estimators for the improvement of estimates for such smaller units is investigated with the first Swiss country-wide forest survey serving as an example. An introduction into the theory of empirical Bayes estimators is given following a procedure that is based on the JAMES-STEIN estimators and has been presented by MORRIS.

It has been possible in every instance to reduce the standard error of volume and tree number estimates for the individual Swiss cantons. Deviations of individual means from the overall mean could be "shrunk" by somewhat less than 25 percent for tree number estimates and by 7 percent for such of the standing volume.

Possibilities for the application of Bayes estimators are discussed using the example presented in the paper.

Literatur

- BURK, T. E.; EK, A. R., 1980: Application of James-Stein and Empirical Bayes Procedures to Simultaneous Estimation Problems in Forest Inventory, Univ. of MN, Dept. of Forest Resources, Staff Paper Series No. 13.
- CARTER, G. M.; ROLPH, J. E., 1974: Empirical Bayes Methods Applied to Estimating Fire Alarm Probabilities. *JASA* 69, 880-885.
- EAFV, 1988: Schweizerisches Landesforstinventar: Ergebnisse der Erstaufnahmen 1982-1986. Bericht Nr. 305. Eidg. Anst. Forstl. Versuchswesen, Birmensdorf.
- EFRON, B.; MORRIS, C., 1977: Stein's Paradox in Statistics, *Scientific American*, 236, 6, 119-127.
- EK, A. E.; ISSOS, J. N., 1978: Bayesian theory and multi-resource inventory. In: Integrated inventories of renewable natural resources: Proceedings of the Workshop. USFS Gen. Tech. Rep. RM-55, 291-298.
- FAY, R. E.; HERRIOT, R. A., 1979: Estimates of Income for Small Places: An Application of James-Stein Procedures to Census Data. *JASA* 74, 269-277.
- GREEN, E. J.; STRAWDERMAN, W. E., 1985: Stein-rule estimation of coefficients for 18 eastern hardwood cubic volume equations, *Can. J. For. Res.* 16, 249-255.
- GREEN, E. J.; KÖHL, M., in Vorbereitung: Improved Estimates for Cell Values in a Two-Way-Table.
- JAMES, W.; STEIN, C. M., 1961: Estimation with quadratic loss functions. *Proc. Berkely-Symp. Math. Stat.* 4th. 1, 361-379, Univ. Calif.
- MAHRER, F.; VOLLENWEIDER, C., 1983: Das Landesforstinventar der Schweiz. Bericht Nr. 247 der Eidg. Anst. Forstl. Versuchswesen, Birmensdorf.
- MORRIS, C. N., 1983: Parametric Empirical Bayes Inference: Theory and Applications, *JASA* 78, 47-54.
- ROBBINS, H., 1955: An empirical Bayes approach to statistics. In: *Proc. 3rd Berkeley Symp. Math. Stat. Prob.* 1, 157-164. Univ. Calif. Press.
- STEIN, C., 1955: Inadmissibility of the usual estimator for the mean of a multivariate normal distribution. In: *Proc. 3rd Berkeley Symp. Math. Stat. Prob.* 1, 197-202. Univ. Calif. Press.
- SWINDEL, B. F., 1972: The Bayesian Controversy, USDA Forest Service Research Paper SE-95.

Anschriften der Verfasser: Dr. MICHAEL KÖHL, Eidgenössische Forschungsanstalt für Wald, Schnee und Landschaft (WSL), Abt. Landesforstinventar, CH-8903 Birmensdorf;
Prof. Dr. EDWIN GREEN, Dept. of Environmental Resources, Rutgers University, USA, New Brunswick/N.J.