Anlage zur Untersuchung dynamischer Wirkungen von bewegtem Schnee

Von BRUNO SALM

(Eidg. Institut für Schnee- und Lawinenforschung, Weißfluhjoch/Davos)

Sonderdruck aus ZAMP 15, 357–375 (1964)

Anlage zur Untersuchung dynamischer Wirkungen von bewegtem Schnee

Von BRUNO SALM, Eidg. Institut für Schnee- und Lawinenforschung,
Weissfluhjoch-Davos

1. Einleitung

Das Gebiet der Schneemechanik zerfällt in zwei Teilgebiete. Das eine behandelt die Vorgänge in der natürlich abgelagerten Schneedecke. Hier treten nur sehr *kleine Geschwindigkeiten* auf (Grössenordnung 10^{-3} m sec⁻¹), die *Trägheitskräfte* sind deshalb gegenüber den Reibungs- und Massenkräften in guter Näherung zu *vernachlässigen*. Dieses Teilgebiet wurde schon relativ früh in Angriff genommen (HAEFELI, 1934) und im Laufe der Zeit ziemlich ausführlich behandelt [1] [2] [11]¹⁾. Das andere Teilgebiet, auf das wir uns im folgenden beschränken, behandelt den Fall, wo sich Schnee vom ursprünglichen Ablagerungsort löst und unter Entwicklung von *grossen Geschwindigkeiten* (Grössenordnung 10–30 m sec⁻¹) als Lawine zu Tal gleitet. Hier treten neben Reibungs- und Massenkräften massgebend *Trägheitskräfte* auf.

Obschon auf diesem Gebiet sehr viele qualitative Beobachtungen gemacht wurden, besteht doch ein empfindlicher Mangel an exakten Messungen. Bis anhin wurden lediglich durch natürliche Lawinen auf feste Hindernisse ausgeübte Maximaldrücke sowie einige Lawinengeschwindigkeiten mehr oder weniger genau gemessen. Erste Angaben über Maximaldrücke stammen aus Russland aus den Jahre 1936–1939 [3]; seit 1952 sind auch in der Schweiz verschiedene Meßstellen gebaut worden, die schon viele interessante Ergebnisse lieferten [4]. Doch gestatten diese Anlagen kein systematisches Experimentieren mit bewegtem Schnee. Um dies zu ermöglichen, wurde am Eidg. Institut für Schnee- und Lawinenforschung in den Jahren 1954–1961 das nachfolgend beschriebene Projekt einer *Schneegleitbahn* entwickelt und verwirklicht. Damit wurde die Möglichkeit geschaffen, *künstlich* erzeugte und in *vorgeschriebenen Bahnen* gehaltene Schneebewegungen zu untersuchen²⁾.

¹⁾ Die Ziffern in eckigen Klammern verweisen auf das Literaturverzeichnis, Seite 374.

²⁾ Es sei erwähnt, dass fast gleichzeitig wie in der Schweiz in Japan eine ähnliche Anlage gebaut wurde von der einige Ergebnisse bereits publiziert [5] vorliegen.

2. Generelles Messprogramm

2.1. Allgemeines

Man teilt Lawinen bezüglich der Bewegungsform in Staub- und Fliesslawinen ein [6]. Der Übergang von der Fliessbewegung zur stiebenden Bewegung der Staublawinen (bei der die einzelnen Schneeteile in der Luft schweben) erfordert ziemlich hohe Geschwindigkeiten (minimal etwa $15\text{--}20\text{ m sec}^{-1}$) und grosse Absturzhöhen. Der Vorgang gleicht dann der Bewegung eines schweren Gases (Luft plus Schnee) in einem leichteren (Luft). Aus verständlichen Gründen musste darauf verzichtet werden, solche Lawinenformen in das Messprogramm aufzunehmen. Die folgenden Ausführungen beschränken sich daher auf *Fliesslawinen*, bei denen die einzelnen Schneeteilchen immer mehr oder weniger miteinander in Berührung bleiben. Im Vordergrund steht die Untersuchung von Wirkungen des rasch bewegten Schnees auf irgendwie geartete, am Boden aber fest verankerte Hindernisse; wobei sich die Versuchsanordnungen meist aus Problemen des *praktischen Lawinenverbaues* ergeben.

2.2. Modellgesetze

Bei Experimenten mit der Schneegleitbahn muss beachtet werden, dass

- wegen der beschränkten Abmessungen der Anlage nicht alle Versuche in den wirklichen Grössenverhältnissen durchgeführt werden können und
- als Modellmaterial in genügenden Mengen nur der oberhalb der Gleitbahn natürlich abgelagerte Schnee zur Verfügung steht.

Infolge der erstgenannten Tatsache wird man ab und zu gezwungen sein, einen Verkleinerungsmaßstab zu wählen. Die Umrechnung auf wirkliche Verhältnisse hat dann auf Grund von Kennzahlen zu geschehen. Da, wie schon erwähnt, sowohl Trägheits- wie Massen- und Reibungskräfte auftreten, sind die Vorgänge durch folgende 5 Grössen bestimmt: Charakteristische Geschwindigkeit U , charakteristische Länge L , Dichte ϱ_0 , Zähigkeit μ und Erdbeschleunigung g . Daraus lassen sich zwei voneinander unabhängige Kenngrössen ableiten [7], nämlich die *Reynoldssche* ($Re = \varrho_0 U L / \mu$) und die *Froudesche* ($Fr = U / \sqrt{g L}$) Zahl.

Um eine vollkommene Ähnlichkeit zu erhalten, müssten beide Kennzahlen eingehalten werden. Dies ist infolge des vorgegebenen Modellmaterials Schnee nicht möglich, was kurz erläutert werden soll. Bezeichnen wir die Grössen in der Natur mit einem Index N , diejenigen im Modell mit Index M , so transformieren sich die Geschwindigkeiten mit

$$v = \frac{U_N}{U_M}$$

bei gegebenem Modellmaßstab

$$\lambda = \frac{L_N}{L_M}$$

nach der Reynoldsschen Bedingung ($\nu = \mu / \varrho_0$ kinematische Zähigkeit) gemäss

$$Re = \frac{1}{\lambda} \frac{v_N}{v_M},$$

nach der Froudeschen Bedingung (bei Gleichsetzung der Erdbeschleunigungen in Natur und Modell) gemäss

$$\varepsilon_{Fr} = \lambda^{1/2}.$$

Bei gleichzeitiger Erfüllung beider Bedingungen entsteht die Forderung

$$\lambda = \left(\frac{v_N}{v_M} \right)^{2/3}.$$

Mit Schnee als Modellmaterial wird $v_N/v_M = 1$ und damit der allein zulässige Modellmaßstab $\lambda = 1$.

Es besteht aber trotzdem eine Möglichkeit, den Einfluss beider Ähnlichkeitszahlen zu kontrollieren, indem nämlich derselbe Versuch in verschiedenem Modellmaßstab und mit konstant gehaltener Fr -Zahl durchgeführt wird. Weil so die Re -Zahl ändert, erhalten wir deren Einfluss auf eine interessierende Grösse. (Der umgekehrte Weg, konstant gehaltene Re -Zahl und variable Fr -Zahl, kommt wegen der erforderlichen, gegenüber der Natur erhöhten Geschwindigkeiten nicht in Frage.) Ein grosser Bereich von Re kann allerdings zufolge der beschränkten Möglichkeiten in der Wahl des Modellmaßstabes nicht erfasst werden [$Re = L^{3/2} Fr g^{1/2} \nu^{-1}$].

2.3. Druckwirkungen

Den wichtigsten Problemkreis der Schneegleitbahn umfasst die *Druckwirkung* von fließendem Schnee auf ein irgendwie geartetes Hindernis [8]. Wenn Schnee gegen ein solches zufließt, kann der sich abspielende Vorgang in *zwei Phasen* unterteilt werden. In der ersten Phase verursacht der zuerst auftreffende Schnee einen *zeitlich veränderlichen Stossdruck*. Bleibt der Schneezufluss nachher eine gewisse Zeit lang erhalten, stellt sich die zweite Phase mit einem mehr oder weniger *zeitunabhängigen Strömungswiderstand* ein. Die Vorgänge der ersten Phase lassen sich rechnerisch wohl nur in einfachsten Fällen überblicken. Abschnitt 5.1 dieser Arbeit enthält einen ersten Versuch dazu. Die Berechnung des konstanten Strömungswiderstandes ist für gewisse Hindernisse sehr einfach, muss aber im allgemeinen ebenfalls experimentell ergänzt werden.

Das Untersuchungsprogramm umfasst Hindernisse mit vollständig geschlossener und solche mit gegliederter Hindernisfläche. Erstere lassen sich in eine Gruppe aufteilen bei der durch eine ebene Stauwand, die in beiden Abmessungen senkrecht zur Anströmrichtung wesentlich grösser ist als der Anströmquerschnitt, sämtliche Schneeteilchen in zur Hindernisebene parallele Bahnkurven abgelenkt werden und in eine andere Gruppe, bei der die auch nichtebene (zum Beispiel keilförmige) Stauwand in einer solchen Abmessung klein ist, also umflossen werden kann. Bei Hindernissen der ersten Gruppe interessiert vor allem der zeitlich veränderliche Stossdruck, während die zweite Gruppe vorwiegend der Untersuchung von zeitunabhängigen Strömungswiderständen dienen soll. Unter gegliederten Hindernissen werden die im Lawinenverbaue des Anbruchgebietes praktisch vorkommenden Verbauewerke verstanden. Der Stossdruck soll dabei als Funktion der Deformationsfähigkeit und Konstruktionsart des Hindernisses untersucht werden und der stationäre Strömungswiderstand als solche der verschieden gestalteten Gliederung der Hindernisfläche.

Gemessen werden soll der Kraftverlauf sowohl in der Hindernisfläche wie an Auflagerungspunkten des Hindernisses. Vom auftreffenden Schnee soll die Schneeart

(gemäss Schneeklassifikation), das Raumgewicht, die Temperatur, die Geschwindigkeit vor dem Aufprall und die Fliesshöhe bekannt sein.

2.4. Strömungsformen

Mit den Druckwirkungen sollen auch die Strömungsformen untersucht werden. Bei diesen Versuchen ist man meistens gezwungen einen Modellmaßstab $\lambda > 1$ zu wählen. Folgende Einflüsse sollen untersucht werden: Derjenige der konstruktiven Gestaltung einer gegliederten Fläche auf den Durchströmvorgang, der Hindernisform auf die Umströmung und schliesslich der Rauigkeitsverhältnisse des Bodens auf eine Schneebewegung ohne Störung durch ein Hindernis.

3. Aufbau der Schneegleitbahn

3.1. Übersicht

Die Schneegleitbahn ist parallel zur Ostfassade des Eidg. Institutes für Schnee- und Lawinenforschung auf Weissfluhjoch ob Davos (2665 m ü.M.) angeordnet. Sie besteht im wesentlichen aus einer 20 m langen und 2,5 m breiten *Beschleunigungsstrecke*, die in ihrem obersten Teil einen *Schneesammler* enthält, sowie einer 3,5 m langen und 3,4 m breiten *Meßstrecke*. Damit die Geschwindigkeit variiert werden kann, wurde die Möglichkeit einer Neigungsänderung der Beschleunigungsstrecke geschaffen. Die Meßstrecke ist in ihrer Neigung ebenfalls unabhängig variierbar, so dass eine Winkeländerung zwischen den beiden Strecken möglich ist. Der prinzipielle Aufbau der Anlage ist aus Figur 1 ersichtlich.

Figur 1

Übersichtsaufnahme der Schneegleitbahn.

3.2. Die Beschleunigungsstrecke

Das Tragwerk der Beschleunigungsstrecke besteht in einer aus Rohren zusammengesetzten Dreigurt-Fachwerkkonstruktion. Als Konstruktionsmaterial wurde hierzu

Aluminium «Unidal 43» verwendet [9]. Die Beschleunigungsstrecke ist auf der Talseite gelenkig gelagert; auf der Bergseite ruht sie auf einer pendelstützenartig ausgebildeten, hydraulischen Hebevorrichtung. Diese weist bei einem Totalhub von 4,1 m (Hebezeit 17 Minuten) eine maximale Tragkraft von 17,1 t auf. Diese Vorrichtung erlaubt es, eine rasche Neigungsänderung in einem Winkelbereich von $35\text{--}45^\circ$ auszuführen. Der Aluminiumbelag, auf dem der Schnee gleitet, besteht aus sogenannten Muralprofilen. Seitlich ist die Beschleunigungsstrecke durch 1 m hohe, abklappbare Holzwände abgegrenzt um ein seitliches Ausfließen von kohäsionsarmen Schneearten zu verhindern.

Der Schneesammler im obersten Teil der Gleitbahn dient zur Bereitstellung des zu einem bestimmten Versuch notwendigen Schnees, er ist in Richtung Meßstrecke mit einer elektrisch auslösbaren Absperrklappe versehen. Damit diese den Startvorgang des Schnees durch ihr Eigengewicht nicht hemmt, wurde sie mit einem Gegengewicht ausbalanciert. Die Länge des Schneesammlers kann durch freie Wahl der Lage der Absperrklappe beliebig festgelegt werden. Vorläufig wurde sie 5 m lang gewählt, so dass maximal $12,5\text{ m}^3$ Schnee eingefüllt werden können. Das Einfüllen geschieht üblicherweise von Hand mit Schnee der unmittelbaren Umgebung. Es ist aber auch möglich, den Sammler einschneien zu lassen, man hat dann einen natürlichen und nicht durch Schaufeln irgendwie veränderten Versuchsschnee. Diese letztere Methode wurde aber bis jetzt deshalb nicht angewendet, weil sie Reihenversuche praktisch ausschliesst.

3.3. Meßstrecke

Die Tragkonstruktion besteht aus sieben in Achsabständen von etwa 0,5 m parallel zur Fallinie angeordneten DIE-Trägern und aus je zwei Quer- und Diagonalträgern. Oben ist die Meßstrecke gelenkig und in der Fallinie verschieblich aufgelagert. Der untere Querträger ruht auf einer hydraulischen Hebevorrichtung, welche eine rasche Neigungsänderung im Bereich $30\text{--}45^\circ$ erlaubt. Die Hebevorrichtung besitzt eine Tragkraft von 11 t und einen Totalhub von 0,9 m.

Figur 2

Meßstrecke mit Stauwand.

Auf der Meßstrecke sollen alle interessierenden Hindernisse aufgebaut werden können. Zu diesem Zweck wurde eine Grundausrüstung konstruiert, aus der sich jede Versuchsanordnung baukastenmässig zusammensetzen lässt. Diese Ausrüstung besteht im wesentlichen aus zwei Böcken, die sich aus einem Träger, an dem weitere Bauelemente befestigt werden, und einer oder zwei Stützen zusammensetzen. Die Träger können entweder senkrecht zur Meßstrecke oder in 3 Stufen 15° , 30° und 45° zur Senkrechten geneigt, aufgestellt werden.

4. Messmethoden

4.1. Die Kräftemessung

Für die Kräftemessung sollen nur *kleine Wege* (möglichst starre Hindernisse) zugelassen werden. Im weiteren sollen relativ *hohe Frequenzen* (bis etwa 2 kHz) erfassbar sein. Diese beiden Forderungen können am besten durch die Anwendung von *Dehnungsmeßstreifen* erfüllt werden. Für die Messung der Auflagerreaktionen an den Böcken wurden deshalb Philips Druckkraftgeber PR 9226 mit einer Nennlast von 10 t bei den Trägerfüßen und einer solchen von 20 t in den Stützen, verwendet. Die Deformation des Druckstabes im Geber beträgt bei Nennlast weniger als 0,1 mm, der Höchstwert der erfassbaren Frequenzen liegt bei etwa 100 kHz.

Für die Messung von einzelnen Reaktionen in den Hindernisflächen (zum Beispiel spezifischer Druck oder Auflagerkräfte von Konstruktionselementen) wurde von unserem Institut eine den speziellen Anforderungen entsprechende Druckdose entwickelt. Diese Dose erlaubt mit Hilfe von auf Biegeplättchen aufgeklebten Dehnungsmeßstreifen die Messung von Normal- wie Querkraften. Die Grösse der Nennlast kann dabei durch auswechseln der Biegeplättchen auf eine gewünschte Grösse (bis 1 t) gebracht werden.

Die Druckdosen sind über abgeschirmte, etwa 30 m lange 10-fach-Kabel mit dem Messraum verbunden.

Weil an den Hindernissen auch *simultan* an mehreren Stellen gemessen werden soll, wird das Signal eines Gebers vorerst auf einen *Quecksilber-Umschalter* gegeben, der die Meßstelle mit einer Frequenz von 50 Umdrehungen pro Sekunde abtastet. Der Schalter besitzt 64 Kontakte. Die zu registrierenden Vorgänge verlangen aber, wie Versuche gezeigt haben, einige hundert Messpunkte pro Sekunde und Meßstelle (Breite einer Druckspitze etwa 4 ms). Somit kann nicht jedem Kontakt eine Meßstelle zugeordnet werden. Bei 8-facher Schaltung von 8 Meßstellen resultiert ein Zeitintervall von 2,5 ms zwischen den Messpunkten, was ein «Durchschlüpfen» der Druckspitze verhindern sollte.

Für die Registrierung der Kräfte wird ein Kathodenstrahloszillograph verwendet. Eine unmittelbar vor dem Hindernis aufgestellte Photozelle (siehe Abschnitt 4.2) löst kurz vor dem Aufprall des Schnees die Zeitablenkung aus.

Als Ergänzung zu den beschriebenen elektrischen Druck-Messungen werden noch *mechanische* vorgenommen. Dazu wird eine von unserem Institut für Lawinendruckmessungen in der Natur angewendete Druckdose übernommen. Das Messprinzip ist ähnlich dem der Härteprüfung nach Vickers, indem eine Kreiskegelspitze aus Stahl in ein Raffinalplättchen eingedrückt wird. Mit dem Durchmesser des entstandenen Eindruckes kann an Hand einer Eichkurve auf die ausgeübte Kraft geschlossen werden.

Genaue Resultate können mit dieser Messart nicht erwartet werden, sie wurde vielmehr eingeführt, um Aufschluss über die Frage zu erhalten, ob die mit statisch wirksamen Kräften aufgenommene Eichkurve auch einigermaßen für kurzzeitige Belastungen gilt.

4.2. Die Geschwindigkeitsmessung

Zur Geschwindigkeitsmessung dienen längs der Beschleunigungsstrecke angeordnete *Lichtschranken*. Mit diesen können nur die translatorische Frontgeschwindigkeit des Versuchsschnees und bei Zerfall des ursprünglichen Blockes in mehrere Einzelblöcke evtl. auch die Translationsgeschwindigkeiten der nachrutschenden Massen erfasst werden. Die bei vielen Lawinentypen beobachtete kompliziertere Fließbewegung, bei der die Frontgeschwindigkeit geringer ist als die der nachfließenden Hauptmassen, und bei der die einzelnen Schollen zusätzlich noch eine Rotationsbewegung ausführen, kann nicht ausgemessen werden. Dies ist jedoch nicht nötig, da die Schneeteilchen auf der Beschleunigungsstrecke (bisherige Versuche haben das bestätigt) ohne wesentliche Relativgeschwindigkeiten zueinander, rein translatorisch abgleiten³⁾.

Im einzelnen geschieht die Geschwindigkeitsmessung auf folgende Weise: Auf der Beschleunigungsstrecke sind je 4 Lichtwerfer und Photozellen am Tragwerk montiert. Der durch den Lichtstrahl des ersten Lichtwerfers durchgehende Schnee deckt die erste Photozelle der ersten Meßstrecke ab und setzt ein erstes Zählwerk in Gang. Dieses wird im Moment des Durchganges vor der zweiten Photozelle stillgesetzt, gleichzeitig aber wird das zweite Zählwerk eingeschaltet. Dieser Vorgang wiederholt sich über alle 3 Meßstrecken bis bei der letzten Photozelle nur das dritte Zählwerk abgeschaltet, zusätzlich aber die Zeitablenkung des Oszillographen für die Druckmessung ausgelöst wird.

Das Zeitmessgerät erreicht die ausreichende Genauigkeit von etwa 1,5 ms.

Wegen des meist blockartigen Abgleitens der Schneemassen wird eine Sperrung der einzelnen Photozellenstrecken nach dem ersten Durchgang vorgenommen. Die Sperrzeit beträgt etwa 25 sec. Damit die Zählwerke nicht durch kleinere, der eigentlichen Front vorausseilende, für die Druckwirkung aber nicht massgebende Schollen ausgelöst werden, sind die Lichtschranken in einer Höhe von 13–30 cm über der Gleitbelag verschiebbar angebracht. Die jeweilige Einstellung dieses Wertes muss aus der Versuchserfahrung gewonnen werden.

5. Bisherige Resultate und Diskussion

5.1. Angenäherte theoretische Betrachtung des Stossvorganges

Aus früheren Arbeiten [10] [11] ist bekannt, dass sich das mechanische Verhalten von kohärentem Schnee recht gut durch einen Burgers-Körper [12] darstellen lässt. Die Deformation dieses Körpers beträgt

$$x = P \left[\frac{1}{E_1} \left(1 + \frac{t}{\tau_1} \right) + \frac{1}{E_2} \left(1 - \exp \frac{-t}{\tau_2} \right) \right], \quad (1)$$

³⁾ Wenn wirklichkeitsnähere Fließbewegungen reproduziert werden sollen, besteht die Möglichkeit die Rauigkeit des Gleitbelages zu erhöhen und zugleich die Beschleunigungsstrecke einschneien zu lassen.

wo t die Einwirkzeit einer Belastung P , $E_{1,2}$ die Elastizitätsmoduli und $\tau_{1,2}$ die Relaxationszeiten bedeuten. Weil nun die Relaxationszeiten von Schnee in der Grössenordnung von Minuten liegen, vereinfacht sich die Deformationsgrösse auf

$$x = \frac{P}{E_1}, \quad (2)$$

den rein *elastischen* Anteil.

Wir gehen von einem homogenen prismatischen Schneestück mit einem Querschnitt F und einer Länge l aus. Es bewege sich mit einer einheitlichen Geschwindigkeit vom Betrage v_0 auf ein senkrecht zur Bewegungsrichtung stehendes ebenes nicht starres Hindernis zu, dessen Fläche im Verhältnis zu F gross ist. Die durch das Eigengewicht des Schnees auf die Wand ausgeübten Kräfte werden wegen ihrer Kleinheit (s. Abschnitt 5.2) im folgenden immer vernachlässigt.

Beim Aufprall führt das Schneeprisma, ähnlich wie ein elastischer Körper, Schwingungen aus. Da jedoch Schnee Merkmale einer Flüssigkeit hat und daher keine Formbeständigkeit besitzt, werden die in Wandnähe liegenden Schneepartikel in zur Wandebene parallele Bahnkurven abgedrängt. Das im Moment des Aufpralles vorhandene Prisma verliert so seine Form. Die Schwingungen werden abklingen und nach einiger Zeit wird sich, sofern l nicht zu klein ist, ein mehr oder weniger stationärer Zustand einstellen. Der Einfachheit halber soll hier nur das Anfangsstadium kurz nach dem Aufprall (Schnee als elastischer Körper) und das stationäre Endstadium (Schnee als Flüssigkeit) untersucht werden. Der komplizierte Übergang zwischen beiden Stadien ist von untergeordneter Bedeutung. Das Schneeprisma soll im *Anfangsstadium* als *eindimensionales* elastisches Kontinuum, für welches die Differentialgleichung

$$c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3)$$

gilt, betrachtet werden. ($c = \sqrt{E/\rho}$ ist die Schallgeschwindigkeit und $u(x, t)$ die Verschiebung eines Querschnittes). Dank der Tatsache, dass die Poissonschen Zahlen für Schnee im allgemeinen in der Nähe von null liegen [13], darf diese Annahme für die in allen Abmessungen gleiche Grössenordnung aufweisenden Schneeprismen getroffen werden. Das Hindernis wird vereinfacht durch eine Masse M und eine Feder mit der Konstanten f dargestellt (Figur 3)

Figur 3

Annahme zur Stossdruckberechnung.

Die Rand- und Anfangsbedingungen lauten:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x=l,t} = 0, \quad (4)$$

$$\left(E F \frac{\partial u}{\partial x} - u f - M \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right)_{x=0,t} = 0, \quad (5)$$

beziehungsweise

$$u_{x,t=0} = 0, \quad (6)$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)_{x,t=0} = \begin{cases} -v_0 & \text{für } 0 < x \leq l \\ 0 & \text{für } x = 0, \end{cases} \quad (7)$$

wobei die Schreibweise der letzten Beziehung das Auftreten von unendlich grossen Kräften verhindern wird.

Das Lösungsverfahren nach BERNOULLI [14] eignet sich für den vorliegenden Fall nicht. Wenn die Beziehungen mit den neuen dimensionslosen Veränderlichen

$$t^* = \frac{c}{l} t, \quad x^* = \frac{x}{l}, \quad u^* = \frac{u}{v_0} \quad (8)$$

geschrieben werden, erhält man

$$\frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} = \frac{\partial^2 u^*}{\partial t^{*2}}, \quad (9)$$

$$\left(\frac{\partial u^*}{\partial x^*} \right)_{x^*=1,t^*} = 0, \quad (10)$$

$$\left(\kappa_1^2 \frac{\partial u^*}{\partial x^*} - u^* - \kappa_2^2 \frac{\partial^2 u^*}{\partial t^{*2}} \right)_{x^*=0,t^*} = 0, \quad (11)$$

$$u^*_{x^*,t^*=0} = 0, \quad (12)$$

$$\left(\frac{\partial u^*}{\partial t^*} \right)_{x^*,t^*=0} = \begin{cases} -1 & \text{für } 0 < x^* \leq 1 \\ 0 & \text{für } x^* = 0, \end{cases} \quad (13)$$

wo $\kappa_1^2 = E F / f l$ und $\kappa_2^2 = M c^2 / f l^2$ dimensionslose positive Grössen sind. Die Laplace-Transformation

$$U(p, x) = \int_0^\infty e^{-pt} u(t, x) dt$$

führt – die neuen Veränderlichen im weiteren ohne Stern geschrieben – auf die gewöhnliche Differentialgleichung

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 U}{dx^2} - p^2 U &= \begin{cases} 1 & \text{für } 0 < x \leq 1 \\ 0 & \text{für } x = 0 \end{cases} = f(x), \\ \left(\frac{dU}{dx} \right)_{x=1,t} &= 0, \\ \left(\kappa_1^2 \frac{dU}{dx} - U (1 + \kappa_2^2 p^2) \right)_{x=0,t} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

deren Lösung

$$U_{(x,p)} = \frac{\cosh(p x) - 1}{p^2} + A e^{px} + B e^{-px} \quad (15)$$

lautet, wobei

$$\left. \begin{aligned} A &= C (1 + \kappa_1^2 p + \kappa_2^2 p^2), \\ B &= -C (1 - \kappa_1^2 p + \kappa_2^2 p^2) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

und

$$C = - \frac{e^p - e^{-p}}{2 p^2 [(1 + \kappa_1^2 p + \kappa_2^2 p^2) e^p + (1 - \kappa_1^2 p + \kappa_2^2 p^2) e^{-p}]}$$

ist. Da vorläufig nur die Kräfte in $x = 0$ interessieren, braucht die Rücktransformation nur für den Ausdruck

$$\left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)_{x=0} = - \frac{1}{p \left[\operatorname{cotgh} p + \frac{\kappa_1^2 p}{1 + \kappa_2^2 p^2} \right]} \quad (17)$$

ausgeführt zu werden. Diese gelingt leicht mit dem Residuensatz, wenn beachtet wird, dass die Pole auf der imaginären Achse liegen müssen, weil ein reeller Anteil eine hier nicht vorausgesetzte Dämpfung zur Folge hätte.

Es gilt, wenn mit J_1 das Integral über den ganzen Weg und mit J_2 dasjenige über den Halbkreis bezeichnet wird (Figur 4)

$$\left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)_{x=0,t} = \frac{1}{2\pi i} \int_{k-i\infty}^{k+i\infty} \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)_{x=0} e^{pt} dp = J_1 - J_2 = J_1 = \sum_{n=\pm 1}^{\pm m} r_n. \quad (18)$$

Figur 4
Integrationsweg.

Die Pole gewinnt man ($p = 0$ ist kein Pol) aus

$$\operatorname{cotg} \omega_n = \frac{\kappa_1^2 \omega_n}{1 - \kappa_2^2 \omega_n^2} \quad (19)$$

und die Residuen aus

$$r_n = \frac{e^{pt}}{dp \left[p \left(\operatorname{cotgh} p + \frac{\kappa_1^2 p}{1 + \kappa_2^2 p^2} \right) \right]} \Big|_{p = i\omega_n} \quad (20)$$

zu

$$r_n = \frac{-i e^{i\omega_n t}}{\frac{\omega_n}{\sin^2 \omega_n} - \operatorname{cotg} \omega_n + \frac{2 \kappa_1^2 \omega_n}{(1 - \kappa_2^2 \omega_n^2)^2}}. \quad (21)$$

Schliesslich ist

$$r_n + r_{-n} = \frac{2 \sin(\omega_n t)}{\frac{\omega_n}{\sin^2 \omega_n} - \cotg \omega_n + \frac{2 \kappa_1^2 \omega_n}{(1 - \kappa_2^2 \omega_n^2)^2}} \quad (22)$$

und der *Druck* in $x = 0$ (Stossdruck vor dem Hindernis p_{sv}), wenn wieder die ursprünglichen Bezeichnungen (siehe (8)) eingeführt werden und der Ausdruck etwas umgeformt wird

$$p_{sv} = -2 \sqrt{E \varrho} v_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\omega_n \frac{c}{l} t\right)}{\omega_n (\cotg^2 \omega_n + 1) + \cotg \omega_n \frac{1 + \kappa_2^2 \omega_n^2}{1 - \kappa_2^2 \omega_n^2}}. \quad (23)$$

Ist das Hindernis vollständig *starr* (M oder $f \rightarrow \infty$) wird

$$p_{sv} = -\sqrt{E \varrho} v_0 \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{2n-1}{2l} \pi c t\right)}{2n-1}, \quad (24)$$

also rechteckförmig mit der Amplitude $\sqrt{E \varrho} v_0$ und der Periode $4l/c$, wobei aber Zugkräfte ausgeschlossen sind, und daher, wenn der Schnee seine Gestalt beibehalten würde, nur die erste Hälfte der Periode auftreten könnte. Mit dem Satz vom Antrieb kann dieses Ergebnis sehr leicht kontrolliert werden.

Der Druckverlauf am nachgiebigen Hindernis unterscheidet sich von demjenigen am starren nur durch die in der Nähe von $1/\kappa_2$ liegenden Pole. Die rechteckförmige Verteilung wird dadurch etwas korrigiert und zwar umso mehr je grösser κ_2 ist. dp_{sv}/dt für $t = 0$ ist für alle Fälle unendlich gross und der Anfangsdruck unabhängig von den Hinderniseigenschaften immer gleich $\sqrt{E \varrho} v_0$.

Bei den in 5.2 beschriebenen Versuchen wurden die Kräfte hinter der Masse des Messbockes gemessen. Aus der Differentialgleichung (x ist die Koordinate der Masse M)

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + K^2 x = \frac{F}{M} p_{sv} \quad (25)$$

und den zugehörigen Anfangsbedingungen folgt der Stossdruck hinter der Masse p_{sh} zu

$$p_{sh} = -2 \sqrt{E \varrho} v_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\omega_n \frac{c}{l} t\right) - \frac{\omega_n c}{K l} \sin(K t)}{(1 - \omega_n^2 \kappa_2^2) \left[\omega_n (\cotg^2 \omega_n + 1) + \cotg \omega_n \frac{1 + \kappa_2^2 \omega_n^2}{1 - \kappa_2^2 \omega_n^2} \right]}, \quad (26)$$

wo

$$\kappa = \sqrt{\frac{f}{M + F l \varrho}}$$

bedeutet.

Schliesslich lässt sich der Ablenkdruck für das *stationäre Endstadium* aus dem Impulssatz zu

$$p_a = \varrho v_0^2 \quad (27)$$

herleiten.

Wenn vorausgesetzt wird, dass der Anfangswert von p_{sv} der in Wirklichkeit maximal auftretende Druck ist (s. Abschnitt 5.2), beträgt die Geschwindigkeit, für die dieser Stossdruck gerade gleich dem Ablenkdruck ist,

$$v_0 = \sqrt{\frac{E}{\varrho}} = c. \quad (28)$$

Im nächsten Abschnitt sollen die theoretischen Ergebnisse mit Versuchen verglichen und näher diskutiert werden.

5.2. Im Winter 1960/61 durchgeführte Versuche

Die im Winter 1960/61 durchgeführten Versuche dienten zur Abklärung des zeitlichen Kreisverlaufes auf eine ebene, relativ grosse, geschlossene Fläche. Die Hindernisebene wurde senkrecht zur ursprünglichen Bewegungsrichtung des Schnees angeordnet, so dass die Voraussetzungen der vorangegangenen Theorie erfüllt sind. Um den Stossvorgang möglichst gut zu erfassen, wurde ohne Quecksilberumschalter mit nur *einer* Meßstelle gearbeitet. Dazu wurde die am einen Trägerfuss angebrachte, hangparallele Kräfte messende 10 t-Druckdose gewählt. Ferner wurden drei mechanische Druckdosen (siehe Abschnitt 4.1) eingesetzt, welche auf der Stauwand montiert sind, also keine nennenswerte Masse vor sich haben. Zur Geschwindigkeitsmessung wurde nur die unterste Meßstrecke verwendet.

Aus den total durchgeführten 6 Versuchen wurden Mittelwerte der gemessenen Grössen gebildet, der Elastizitätsmodul anhand von [11] auf $E = 5 \cdot 10^4 \text{ kgm}^{-2}$ geschätzt und daraus mit den Gleichungen (23), (24) und (26) die Druckverläufe berechnet (Figuren 5 und 6).

Vergleicht man diese berechneten mit den gemessenen Werten, so ist folgendes bemerkenswert:

- Ein erstes Druckmaximum tritt übereinstimmend nach ca. 10 ms auf; bei den meisten Versuchen ebenfalls ein zweites nach ca. 25 ms. (Bei den registrierten Kurven ist die Zeitachse nach *links* positiv).
- Die gemessenen Amplituden sind, vor allem die der zweiten Druckspitze, kleiner als die berechneten. Dies kann einmal darauf zurückgeführt werden, dass das Schneepisma schon kurz nach dem Aufprall an der Front durch seitliches Ausquetschen (siehe Figur 7) Material verliert. Dadurch können sich vor allem die der ersten

Figur 5

Graphische Bestimmung der Pole für $\kappa_1^2 = 0,00966$ und $\kappa_2^2 = 0,00430$.

Figur 6

Zeitlicher Druckverlauf für $\kappa_1^2 = 0,00966$, $\kappa_2^2 = 0,00430$, $\varrho = 51,8 \text{ kg sec}^2 \text{ m}^{-4}$, $E = 5 \cdot 10^4 \text{ kg m}^{-2}$ und $v_0 = 12,0 \text{ m sec}^{-1}$; 1 vor der Masse, 2 vor einem starren Hindernis und 3 hinter der Masse.

Figur 7

Versuchsschnee etwa 0,1–0,2 sec nach dem Aufprall.

Versuchs- nummer und Datum	Bahn- neigung ψ	Blockabmessungen nach dem Einfüllen Länge m	Höhe m	Breite m	Mittlere Dichte des ein- gefüllten Schnees ρ kg sec ² m ⁻⁴	Endge- schwin- digkeit v_0 m sec ⁻¹	Elektrisch gemessener Maximal- druck $p_{s,m}$ 10 ³ kg m ⁻²	Mechanisch gemessener Maximal- druck $p_{s,m}$ 10 ³ kg m ⁻²
1/61 5. 5. 61	45	4,30	0,85	2,50	53,30	12,09	4)	16,62
2/61 3. 5. 61	45	3,50	0,85	2,50	51,80	12,23	20,15	20,60
3/61 23. 5. 61	45	4,60	0,95	2,50	53,75	12,86	18,30	17,26
4/61 25. 5. 61	45	4,60	0,92	2,50	52,50	12,27	20,70	22,60
5/61 2. 6. 61	45	4,72	0,92	2,50	54,20	11,9 ⁵⁾	20,20	17,18
6/61 6. 6. 61	45	4,60	0,98	2,50	45,00	11,90	15,00	13,63

4) Nicht gemessen, da Druckmaximum infolge Nullpunktverschiebung ausserhalb des Schirmes lag.

5) Aus den Filmaufnahmen gemessen, da Geschwindigkeitsmessung nicht funktionierte.

Zu Versuch 1/61.

Zeit bis zum Druck- maximum	Ge- schätztes Elastizi- tätsmodul	Länge des zuerst auftref- fenden Blockes	Bewegungsvorgang auf der Beschleunigungsstrecke	Statio- närer Ablenk- druck	Verhältnis: Maximaler Stossdruck zu statio- närem Ab- lenkdruck
t_m ms	$E \cdot 10^4$ kg m ⁻²	l m		$p_a \cdot 10^3$ kg m ⁻²	$\frac{p_{sm}}{p_a}$
12,5	5	1,27	Zerfall in 4 Einzelblöcke. Spalt nach dem ersten Block ~ 0,20 m	7,78	2,06
9,2	5	1,24	Zerfall in 3 Einzelblöcke. Spalt nach dem ersten Block ~ 0,20 m	7,75	2,60
12,7	5	1,50	Block bleibt mehr oder weniger kompakt. Spalt nach dem ersten Block (~ 0,05 m) evtl. nicht durchgehend	8,89	2,06
15,4	5	1,06	Zerfall in 4 Einzelblöcke. Spalt nach dem ersten Block ~ 0,10 m	7,90	2,62
9,6	5	1,30	Zerfall in 4 Einzelblöcke. Spalt nach dem ersten Block ~ 0,25 m. Nach dem zweiten Block nur sehr kleiner Spalt	7,67	2,63
9,5	5	1,54	Zerfall in 3 Einzelblöcke, wobei die beiden vordersten Blöcke durch einen kleinen Spalt von ca. 0,05 m ge- trennt sind	6,36	2,36

Zu Versuch 2/61.

Zu Versuch 3/61.

Zu Versuch 4/61.

nachfolgenden Druckspitzen nicht mehr ausbilden, die zweite allerdings in vielen Versuchen noch knapp andeutungsweise. Dann ist ferner die Schätzung des Elastizitätsmoduls hauptsächlich für die Differenz der ersten Maxima verantwortlich zu machen. Um diese Schneecharakteristik genauer zu erfassen, müssen Laboratoriumsversuche mit einem dynamischen Oedometer ins Auge gefasst werden.

Die mechanische Druckmessung gibt gemäss Figur 6 eher zu grosse Werte, was auf die mindestens im statischen Versuch nachgewiesene Zunahme der Eindringtiefe mit der Einwirkzeit zurückgeführt werden kann.

Zu Versuch 5/61.

Zu Versuch 6/61.

- Ein stationärer Ablenkdruck ist in vielen Versuchen angedeutet.
- Es treten später noch weitere Druckmaxima auf, die mit dem ersten Aufprall nicht mehr zusammenhängen (in den Diagrammen mit Kreisen bezeichnet). Filmaufnahmen beweisen, dass diese von nachfolgenden Blöcken stammen.

Die Versuche zeigen natürlich auch Unterschiede zwischen den tatsächlichen Verhältnissen und den vereinfachenden oder idealisierenden Annahmen in der Theorie. So kann das Hindernis in Wirklichkeit nicht wie in Figur 3 dargestellt werden, sondern spielt die Kompression der im Schnee eingeschlossenen Luft bei raschen Vorgängen

auch eine gewisse Rolle und schliesslich stellt die Annahme des Burgers-Körpers bei hohen Spannungen sicher nur eine grobe Annäherung dar.

6. Nachwort

Die Idee und das erste Messprogramm der Schneegleitbahn gehen auf Dr. M. DE QUERVAIN, Direktor des Schnee- und Lawinenforschungsinstitutes zurück. An der Verwirklichung im Rahmen der Sektion Schneemechanik und Lawinenverbau haben zahlreiche ehemalige und heutige Mitarbeiter des Institutes mitgearbeitet, nämlich bei der Planung und Beratung die Herren Ing. J. HARDEGGER, Dr. C. JACCARD, dem der Verfasser für mathematische Ratschläge besonderen Dank schuldet, Ing. W. KENNEL, G. KLAUSEGGER, Dr. R. LIST und Ing. A. ROCH und beim Bau und bei der Durchführung der Versuche die Herren H. HÜGI, H. P. HÜRLEMANN, H. PAPPÀ, E. SOMMERHALDER und E. WENGI.

Verschiedene Firmen haben den Problemen dieses Projektes ihre besondere Aufmerksamkeit geschenkt; besondere Erwähnung verdient die sachkundige Beratung durch El. Ing. F. A. LOESCHER bei der Lösung der elektronischen Probleme. Allen Beteiligten sei hier Dank und Anerkennung ausgesprochen.

LITERATURVERZEICHNIS

- [1] R. HAEFELI, *Schneemechanik mit Hinweisen auf die Erdbaumechanik*, Beiträge zur Geologie der Schweiz-geotechnische Serie-Hydrologie, Lieferung 3 (1939).
- [2] E. BUCHER, *Beitrag zu den theoretischen Grundlagen des Lawinenverbau*, Beiträge zur Geologie der Schweiz-geotechnische Serie-Hydrologie, Lieferung 6 (1948).
- [3] A. G. GOFF und G. F. OTTEN, *Experimentelle Bestimmung der Einschlagskraft von Lawinen*, Mitt. der Akademie für Wissenschaften der UdSSR. Geographische und geophysische Serie Nr. 3, Moskau (1939).
- [4] A. ROCH, *Mesure de la force des avalanches*, in *Schnee und Lawinen in den Schweizeralpen, Winter 1960/61*, Winterbericht des Institutes SLF Nr. 25, 124–136 (1962).
- [5] I. FURUKAWA, *Die Stosskraft von Lawinen*, in *Journal of the Japanese Society of Snow and Ice*, Vol. 19 Nr. 5, September (1957).
- [6] R. HAEFELI, M. DE QUERVAIN, *Gedanken und Anregungen zur Benennung und Einteilung von Lawinen*, *Die Alpen* 31, 72–77 (1955).
- [7] P. GRASSMANN, *Physikalische Grundlagen der Chemie-Ingenieur-Technik* (Verlag H. R. Sauerländer & Co., Aarau und Frankfurt a. M. 1961).
- [8] B. SALM, *Messprogramm für die Schneegleitbahn*, Int. Bericht 283 des Eidg. Institutes für Schnee- und Lawinenforschung (1958).
- [9] W. KENNEL, *Statische Berechnung der Lawinengleitbahn*, Int. Bericht 231 des Eidg. Institutes für Schnee- und Lawinenforschung (1957).
- [10] M. DE QUERVAIN, *Kristallplastische Vorgänge im Schneeaggregat II*, Int. Bericht 24 des Eidg. Institutes für Schnee- und Lawinenforschung (1946).
- [11] Z. YOSIDA and Colleagues, *Physical Studies on Deposited Snow II. Mechanical Properties (1)*, Contributions from the Institute of Low Temperature Science, Hokkaido University, Sapporo, Japan (1956).
- [12] M. REINER, *Rheology*, In *Handbuch der Physik* Bd. VI, (Springer-Verlag, 472–474 1958).
- [13] A. ROCH, *Discussion sur la valeur du nombre de Poisson m pour la neige*, Int. Bericht 89 des Eidg. Institutes für Schnee- und Lawinenforschung (1948).
- [14] H. ZIEGLER, *Mechanik III* (Birkhäuser Verlag 1952).

Summary

A description of an installation is given that allows to observe and to measure artificially released masses of snow sliding over an inclined plane and especially to measure the impact pressure on an obstacle. The installation consists of an acceleration section 20 meters long and of a measuring section 3.5 meters long on which obstacles can be placed. The forces are measured with strain gauges and for measuring the velocity of the moving snow masses light barriers are arranged along the acceleration section. The impact pressure upon a yielding obstacle is calculated assuming an unidimensional elastic continuum.

(Eingegangen: 6. März 1964.)