

# Fliessgeschwindigkeit in Wildbächen und Gebirgsflüssen

Dieter Rickenmann

## Zusammenfassung

Für flachere Gerinne gebräuchliche Formeln der Hydraulik werden oft auch in Gebirgsflüssen und Wildbächen angewendet. Bei vielen dieser Formeln ist die Abflusstiefe oder der hydraulische Radius eine wichtige Eingangsgrösse. Diese Parameter sind in Wildbächen infolge der unregelmässigen Gerinnegeometrie nicht ohne weiteres zu bestimmen. Für die Berechnung der Fliessgeschwindigkeit wird hier eine empirische Gleichung vorgestellt, welche den Abfluss, das Gerinnegefälle und eine charakteristische Korngrösse als Eingangsgrössen enthält. Die neue Gleichung wird mit anderen Ansätzen verglichen.

## 1. Einleitung

Die meisten der in der Wildbachhydraulik verwendeten Formeln wurden ursprünglich für Fliessverhältnisse bei flachen Gefällen entwickelt. Sie können mit gewissen Einschränkungen oder Anpassungen grundsätzlich auch in steileren Gerinnen angewendet werden. In der Hydraulik basieren viele Formeln auf dem Konzept der Sohlenschubspannung und enthalten das Verhältnis der Abflusstiefe zu einer charakteristischen Korngrösse, die sogenannte relative Abflusstiefe, als unabhängigen Parameter. Für die Anwendung des bekannten Ansatzes von Manning-Strickler wird der hydraulische Radius benötigt, der angenähert durch die Abflusstiefe ersetzt werden kann.

Infolge der sehr stark variablen Gerinnegeometrie und der grossen Rauigkeit des Bettes ist es in Wildbächen aufwendig, eine mittlere Abflusstiefe zu bestimmen. Häufig wird in Gebirgsbächen die Salzverdünnungsmethode angewendet, um den Abfluss sowie eine mittlere Fliessgeschwindigkeit zu messen. Eine Überprüfung von Fliessformeln, welche auf der Abflusstiefe oder dem hydraulischen Radius basieren, ist daher in Wildbächen nicht ohne weiteres möglich (Bild 1).

Dieser Aufsatz soll einen Überblick über die Fliessformeln geben, welche in der Wildbachhydraulik verwendet werden können. Wegen der erwähnten Problematik werden auch neue Formeln vorgestellt, welche den Abfluss anstelle der Abflusstiefe als Eingangsgrösse enthalten. Im übrigen wird im Bemessungsfall ja oft vom Abfluss und nicht von der Abflusstiefe ausgegangen.

## 2. Fliessformeln

In der Gerinnehydraulik ist der theoretische Ansatz eines logarithmischen Fliessgesetzes weit verbreitet. Viele Formeln basieren auf der von Nikuradse für offene Gerinne hergeleiteten Gleichung. Um die speziellen Einflüsse bei kleinen relativen Abflusstiefen,  $h/d$ , und bei steilen Gefällen,  $J$ , zu berücksichtigen, ist in der von Smart und Jäggi (1983) verwendeten Formel ein Reduktionsfaktor,  $A_r$ , enthalten. Diese Gleichung basiert hauptsächlich auf Laborversuchen; sie ist sowohl im Bereich der flachen Gefälle als auch für bis zu 20% steile Gerinne gültig:

$$V/v^* = 2,5 A_r \ln[12,3 h_m / (\beta d_{90})] \quad J \leq 20\% \quad (1)$$

$$\text{mit } A_r = [1 - \exp(-\alpha h_m / (d_{90} J^{0,5}))]^{0,5}$$

Dabei bedeuten:  $V$  = mittlere Fliessgeschwindigkeit,  $v^*$  = Schubspannungsgeschwindigkeit =  $(gh_m J)^{0,5}$ ,  $g$  = Erdbeschleunigung,  $h_m$  = Abflusstiefe des Wasser-Geschiebe-Gemisches und  $d_{xx}$  = charakteristische Korngrösse, wobei  $xx$  % Gewichtsanteile des Sohlenmaterials feiner sind. Die Koeffizienten  $\alpha$  und  $\beta$  sind materialabhängig; für die Versuche der steilen Rinne wurde  $\alpha = 0,05$  und  $\beta = 1,5$  bestimmt. In den Versuchen trat bei steileren Gefällen intensiver Geschiebetransport auf; in diesen Fällen war der Anteil des bewegten Geschiebes am gesamten Abflussquerschnitt nicht mehr vernachlässigbar.

Basierend auf Naturmessungen mit Gefällen bis zu 4% und Labormessungen mit Gefällen bis zu 9%, schlägt Bathurst (1985) ebenfalls ein logarithmisches Fliessgesetz vor, welches etwa im Bereich  $0,4 < h/d_{84} < 20$  eine gute Übereinstimmung mit den Daten ergibt:

$$(8/f)^{0,5} = 5,62 \log(h/d_{84}) + 4 \quad 0,4\% \leq J \leq 9\% \quad (2)$$

wobei  $h$  die Abflusstiefe,  $f$  der Darcy-Weisbach-Widerstandsbeiwert und  $(8/f)^{0,5} = 2,8 V/v^*$  ist. Einfachere, näherungsweise äquivalente Darstellungen in nicht logarithmischer Form sind die folgenden (Rickenmann, 1990):

$$(8/f)^{0,5} = (1,5/J^{0,29})(h_m/d_{90})^{0,5} \quad 5\% \leq J \leq 20\% \quad (3)$$

$$(8/f)^{0,5} = (1,25/J^{0,21})(h/d_{90})^{0,5} \quad 0,4\% \leq J \leq 9\% \quad (4)$$

Die Gleichungen (1) und (3) basieren beide auf Laboruntersuchungen an der Versuchsanstalt für Wasserbau (VAW) der ETH Zürich. Korrelationskoeffizient und Standardabweichung zwischen gemessenen und berechneten Geschwindigkeiten unterscheiden sich bei Anwendung von Gleichung (1) oder (3) auf die Datensätze der steilen Laborrinne nur unwesentlich. Grundlage von Formel (4) sind die gleichen Naturmessungen wie für (2). Für Abflüsse ohne wesentlichen Geschiebetransport kann  $h_m \approx h$  gesetzt werden.

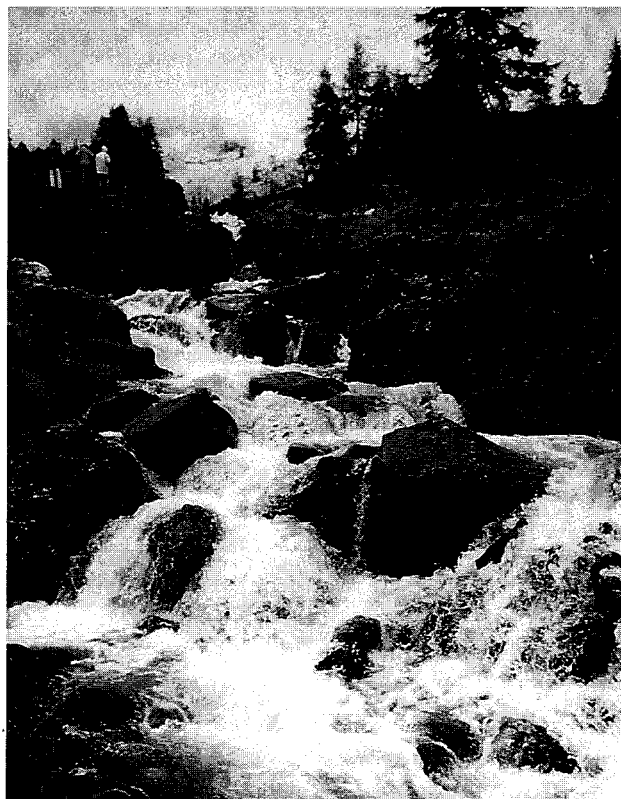


Bild 1. Abfluss von einigen 100 Litern pro Sekunde in einem Wildbach mit etwa 15% mittlerem Sohlengefälle. Man beachte das rauhe Bett und die variable Gerinnegeometrie.

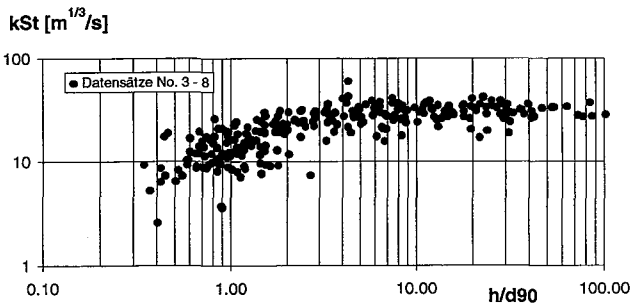


Bild 2. Strickler-Wert  $k_{St}$  in Abhängigkeit der relativen Abflusstiefe  $h/d_{90}$ . Für Werte  $h/d_{90}$  kleiner als etwa 3 bis 4 nimmt  $k_{St}$  deutlich ab.

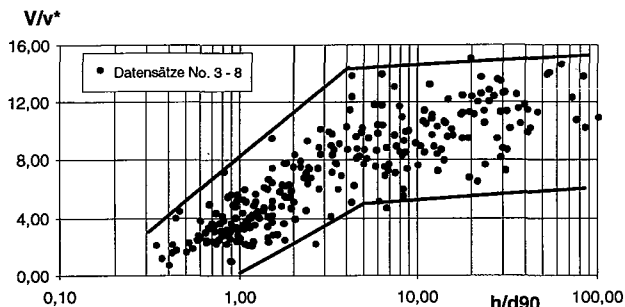


Bild 3. Der Kehrwert des Darcy-Weisbach-Reibungsbeiwertes,  $1/v^*$  in Abhängigkeit der relativen Abflusstiefe  $h/d_{90}$ . Zur Verdeutlichung des generellen Verlaufs sind die Umhüllenden approximativ eingezeichnet. Im Bereich  $h/d_{90}$  zwischen 3 und 5 zeigt sich ein Knick in der Beziehung zwischen  $1/v^*$  und  $h/d_{90}$ .

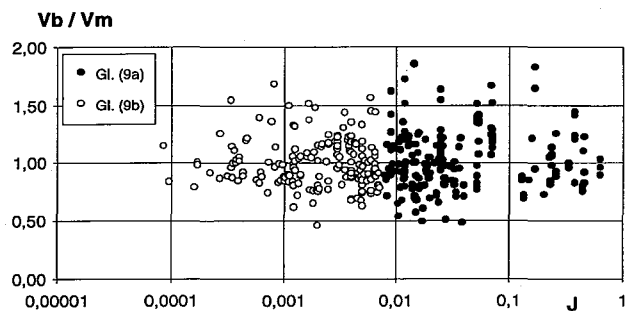


Bild 4. Verhältnis von berechneter zu gemessener Fließgeschwindigkeit,  $V_b/V_m$ , in Abhängigkeit des Gerinnegefälles  $J$ . Man beachte, dass je nach Gefällsbereich zwei verschiedene Gleichungen angewendet werden.

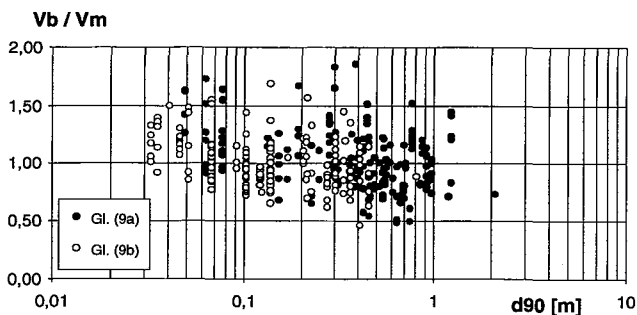


Bild 5. Verhältnis von berechneter zu gemessener Fließgeschwindigkeit,  $V_b/V_m$ , in Abhängigkeit der charakteristischen Korngröße  $d_{90}$ . Die Gleichung (9a) für steilere Gefälle ( $J \geq 0,008$ ) zeigt eine leichte Tendenz zur Überschätzung der Geschwindigkeit bei kleinen  $d_{90}$ .

Für Gerinnegefälle zwischen 5 % und 10 % ergibt Formel (3) rund 60 % bis 45 % grössere Geschwindigkeiten als Formel (4). Diese Differenz ist nicht als ausserordentlich zu bezeichnen, wenn man die unterschiedlichen Grundlagen der Gleichungen und die näherungsweise Umformung von Beziehung (4) berücksichtigt. Zur Beschreibung von Laborversuchen mit intensivem Geschiebetransport hat Takahashi (1987) eine Formel ähnlichen Typs vorgeschlagen.

Auch in Wildbächen wird die Fließgeschwindigkeit oft nach der bekannten Formel von Manning-Strickler abgeschätzt:

$$V = k_{St} R^{0,67} J^{0,5} \quad (5)$$

wobei  $V$  in [m/s],  $k_{St}$  [ $m^{1/3}/s$ ] der Reibungsbeiwert nach Strickler und  $R$  [m] der hydraulische Radius ist. Untersuchungen von Zeller (1991b) zeigen, dass  $k_{St}$  mit zunehmendem Gefälle abnimmt und etwa im Bereich  $0,6\% < J < 3\%$  ein deutlicher Knick in dieser Abhängigkeit besteht; im weiteren ist  $k_{St}$  auch eine Funktion des Abflusses und der Sohlenrauigkeit. Die Stricklersche Formel berücksichtigt somit im Prinzip die gleichen Einflussgrößen wie die anderen vorgestellten Gleichungen. Jarrett (1984) entwickelte aufgrund von 75 Messungen in Gebirgsflüssen eine empirische Beziehung für den Stricklerschen Reibungsbeiwert, die für das metrische System umgeformt werden kann zu:

$$k_{St} = 3,14 R^{0,16} / J^{0,38} \quad 0,2\% \leq J \leq 3,9\% \quad (6)$$

wobei  $R$  in [m] einzusetzen ist. Eine Übersicht über einige weitere Fließformeln für Rauherinne ist in Hager (1992) zu finden, worin noch andere Ansätze für die Fließgeschwindigkeit in Funktion der (relativen) Abflusstiefe zusammengestellt sind.

Als grundsätzlich andere Möglichkeit kann man die Fließgeschwindigkeit in Funktion des Abflusses anstelle der Abflusstiefe darstellen (Rickenmann, 1990, 1991):

$$V = 1,3 g^{0,2} q^{0,6} J^{0,2} / d_{90}^{0,4} \quad 3\% \leq J \leq 40\% \quad (7)$$

wobei  $q$  der spezifische Abfluss pro Breiten-Einheit und  $g$  die Erdbeschleunigung ist. Formel (7) ist dimensionsgerecht und basiert auf Laboruntersuchungen von Abflüssen mit intensivem Geschiebetransport. Interessanterweise ist sie identisch mit einer Gleichung für die Geschwindigkeit von Murenfronten, wie sie in japanischen Laborversuchen

Tabelle 1. Datenquellen mit Hinweis auf vorhandene Angaben.  $N$  bezeichnet die Anzahl der hier verwendeten Messungen.  $J_S$  oder  $J_W$  bezeichnen das Sohlen- bzw. das Wasserspiegelgefälle. Folgende Umrechnung auf  $d_{90}$  wurde gemacht: für die Fälle «a» mit  $d_{90} = 1,18 d_{94}$  und für die Fälle «b» mit  $d_{90} = 2,7 d_{50}$  (nach Zeller, 1991b). In der Spalte «B oder h» steht, ob die Gerinnebreite und/oder die (mittlere) Abflusstiefe gegeben ist. Aus der Spalte «R oder  $k_{St}$ » ist ersichtlich, ob der hydraulische Radius und/oder der Stricklersche Reibungsbeiwert gegeben ist; für die mit «c» bezeichneten Fälle wurde ein angenäherter  $k_{St}$ -Wert mit der mittleren Abflusstiefe  $h$  und Gleichung (5) berechnet.

Nr.	Datenquelle	$N$	Gefällsbereich [%]	$J$	$d_{90}$	B oder h	R oder $k_{St}$
1	Hodel (1993)	94	0,9 - 63	$J_S$	$d_{90}$	-	-
2	Alptal	7	15 - 45	$J_S$	$d_{90}$	-	-
3	Ruf (1990)	11	1,7 - 20,5	$J_S$	$d_{90}$	B	$k_{St}$
4	Jarrett (1984)	69	0,2 - 3,9	$J_W$	$d_{90}$	B, h	R, $k_{St}$
5	Bathurst (1985)	41	0,5 - 3,8	$J_W$	«a»	B, h	«c»
6	Thompson & Campbell (1979)	5	5,2	$J_S$	«a»	B, h	«c»
7	Thorne & Zevenbergen (1985)	12	1,4 - 2,0	$J_W$	«a»	B, h	R
8a	Griffiths (1981): ohne Geschiebetransport	82	0,0085 - 1,1	$J_W$	«a»	B	R
8b	Griffiths (1981): mit Geschiebetransport	52	0,083 - 0,71	$J_W$	«b»	B	R

von Takahashi (1978) beobachtet wurden; daher ist der gültige Gefällsbereich hier mit bis zu 40% angegeben. Für die Versuchsdaten der steilen Laborrinne der VAW zeigt Gleichung (7) eine deutlich bessere Übereinstimmung (Korrelationskoeffizient und Standardabweichung) als die Beziehungen (1) und (3).

Eine Gleichung ähnlichen Typs wurde von Ruf (1988) vorgeschlagen, der sich dabei auf 30 Naturmessungen in 14 natürlichen Gerinneabschnitten abstützte:

$$V = 1,23 (Q J / d_{70})^{0,5} \quad 9\% \leq J \leq 48\% \quad (8)$$

wobei  $Q$  der gesamte Abfluss in  $[m^3/s]$  bedeutet und  $d_{70}$  in  $[m]$  einzusetzen ist;  $V$  resultiert in  $[m/s]$ , die Formel ist dimensionsbehaftet. Ruf (1988) verglich Formel (8) mit der Gleichung (1) von Smart und Jäggi (1983) und zeigte, dass die gegenseitigen Abweichungen vor allem für Sohlengefälle über 10% grösser werden.

### 3. Entwicklung eines neuen Ansatzes

Eine umfangreiche Untersuchung über Fliessvorgänge in Wildbächen der Schweizer Alpen wurde kürzlich von Hodel (1993) durchgeführt. Für etwa 400 Einzelmessungen sind Angaben über den Abfluss, die Fliessgeschwindigkeit sowie die charakteristischen Korngrößen der Sohle vorhanden. Hier wird ein Ansatz für die Fliessgeschwindigkeit vorgestellt, der auf diesen und weiteren Naturmessungen basiert, so dass ein grosser Bereich von unterschiedlichen Abflussbedingungen berücksichtigt werden kann. Dabei wird die Fliessgeschwindigkeit in Funktion des Abflusses, des Gerinnegefälles sowie der charakteristischen Korngrösse  $d_{90}$  ausgedrückt.

#### Datengrundlage

Insgesamt wurden Naturmessungen aus acht verschiedenen Untersuchungen verwendet, für welche Angaben über die mittlere Fliessgeschwindigkeit, den Abfluss, das Sohlen- oder Wasserspiegelgefälle ( $J_s$  oder  $J_w$ ) und eine charakteristische Korngrösse des Bettmaterials vorhanden sind. Für die Regressionsanalyse umfasste die Anzahl ( $N$ ) der verwendeten Messungen 373 Datenpunkte. Die berücksichtigten Untersuchungen sowie einige wichtige Angaben dazu sind in Tabelle 1 aufgeführt.

Als charakteristische Korngrösse ist  $d_{90}$  nicht für alle Datensätze gegeben. In diesen Fällen wurde  $d_{90}$  mittels empirischer Beziehungen nach Zeller (1991b) umgerechnet: Mit  $d_{90} = 1,18 d_{84}$  und  $d_{84} = 2,25 d_{50}$  ergibt sich  $d_{90} = 2,7 d_{50}$ . Hager (1992) zitiert zwei Untersuchungen, wonach  $d_{84} = (2,09 \dots 2,5) d_{50}$  ist. Alle diese Beziehungen gelten für Gefällsbereiche unter etwa 5%. Für die von Hodel (1993) untersuchten Wildbäche mit generell breiterer Kornverteilung kann gemäss seinen Untersuchungen angenähert  $d_{90} = (3,5 \dots 7) d_{50}$  angegeben werden. Für rauhe Gerinne mit sehr breiter Kornverteilung ergeben sich also erwartungsgemäss andere Umrechnungsbeziehungen.

Die Untersuchung von Hodel (1993) umfasst etwa 400 Messungen des Abflusses und der mittleren Fliessgeschwindigkeit in Schweizer Wildbächen mit Gefällen von 0,9% bis 116%. Die Längen der untersuchten Fliessstrecken variieren im Bereich von 30 bis 400 m. Hodel (1993) schlägt einen Ansatz vor, wonach die Fliessgeschwindigkeit vom Abfluss, vom Sohlengefälle sowie vom gerinnebildenden Abfluss abhängt. Er zeigt, dass Abschnitte mit ausgeprägten Kaskadenstrecken nicht mit dem gleichen Ansatz beschrieben werden können. Dies gilt auch für Fliessstrecken mit Sperrenverbauungen. Für die vorliegende Arbeit wurden 94 Datenpunkte von natürlichen Gerinneabschnitten ohne Kaskadierung einbezogen. Nach

einer ersten Analyse wurden Messungen mit  $Q < 0,03 m^3/s$  ausgeschlossen, da diese ein deutlich anderes Verhalten zeigten; dies dürfte mit sehr geringen relativen Abflusstiefen  $h/d_{90}$  mit Werten von schätzungsweise unter 0,4 zusammenhängen.

Die Daten von Ruf (1990) stammen aus Wildbächen in Österreich. Etwa die Hälfte der Messungen wurde in teilweise verbauten Gerinnen durchgeführt, wobei die z.T. vorhandenen Querwerke während der Messungen eher als Sohlenrauigkeit denn als Abstürze wirkten. Leider sind die Daten der früheren Publikation von Ruf (1988) nicht verfügbar. Wie bei Hodel (1993) wurden die Messungen mit der Salzverdünnungsmethode durchgeführt.

Zu den umfangreichen Messungen von Griffiths (1981) ist zu bemerken, dass sich ein Teil auf Verhältnisse mit einer festen Sohle bezieht (Nr. 8a in Tab. 1), während beim anderen Teil die Sohle in Bewegung war, also Geschiebetrieb stattfand (Nr. 8b in Tab. 1). In seiner Analyse schlägt Griffiths zwei unterschiedliche Ansätze für die beiden Fälle vor.

In den hydrologischen Versuchseinzugsgebieten der Eidg. Forschungsanstalt für Wald, Schnee und Landschaft (WSL) im Alptal (Kt. SZ) wurden mit der Salzverdünnungsmethode ebenfalls Messungen des Abflusses und der Fliessgeschwindigkeit durchgeführt. Die Daten dieser Messungen sind in Tabelle 2 zusammengestellt.

#### Analyse und neue Gleichung

Für die Datensätze Nr. 3 bis 8 wurde der Strickler- $k_{St}$ -Wert, sofern nicht gegeben, aus den übrigen Angaben bestimmt. Wird  $k_{St}$  gegen das Gerinnegefälle aufgetragen, so zeigt sich eine ähnliche Tendenz wie nach Zeller (1991b): Für Gefälle  $J$  grösser als etwa 0,6 bis 1% nimmt  $k_{St}$  mit zunehmendem  $J$  stark ab. Trägt man  $k_{St}$  gegen die relative Ab-

Tabelle 2. Messungen des Abflusses und der Fliessgeschwindigkeit in den hydrologischen Versuchseinzugsgebieten der WSL im Alptal (Kt. SZ).

Bach im Alptal	Kote [m ü. M.]	Q [ $m^3/s$ ]	V [ $m/s$ ]	$J_s$ [%]	$d_{90}$ [m]
Erlenbach	1130	0,031	0,21	18	0,30
	1120	0,055	0,19	17	0,30
	1120	0,100	0,21	17	0,30
Vogelbach	1120	0,91	0,86	17	0,30
	1170	0,042	0,28	45	0,42
	1150	0,237	0,44	23	0,49
	1060	1,75	1,11	15	0,35

flusstiefe  $h/d_{90}$  auf, so ist eine deutliche Abnahme von  $k_{St}$  für Werte  $h/d_{90}$  kleiner als etwa 3 bis 4 zu beobachten (Bild 2). Der  $k_{St}$ -Wert ist umgekehrt proportional zum Reibungsbeiwert nach Darcy-Weisbach,  $f$ , und zum hydraulischen Radius (Yen, 1992). Der dimensionslose Wert  $V/v^* = 1/f$  ist in Bild 3 in Abhängigkeit der relativen Abflusstiefe  $h/d_{90}$  dargestellt. Auch hier zeigt sich ein Knick etwa im Bereich  $h/d_{90}$  zwischen 3 und 5.

Auch Daten aus Laborversuchen zeigen, dass die Beziehung  $f$  als Funktion der relativen Abflusstiefe etwa bei Werten  $h/d_{90} = 3$  einen Knick aufweist (Day, 1977; Bayazit, 1982). Dies könnte damit zusammenhängen, dass für relative Abflusstiefen kleiner als etwa 4 Geschwindigkeitsprofile auftreten, die nicht mehr dem logarithmischen Gesetz folgen, sondern einen S-förmigen Verlauf haben; dies wurde sowohl in Laborversuchen (Ferro und Baiamonte, 1994) als auch mit Naturmessungen (Bathurst, 1988) festgestellt. Bathurst (1985) definiert einen «mittleren» Rauigkeitsbereich für  $1 < h/d_{84} < 4$ , und er zeigt, dass der relative Anteil an Rauigkeitselementen im Querschnitt gegenüber dem

relativen Anteil im Gerinnebett für Werte  $h/d_{84} < 4$  deutlich zunimmt.

Für die hier untersuchten Datensätze besteht ein Zusammenhang zwischen dem Gerinnegefälle und der bei den Geschwindigkeitsmessungen beobachteten relativen Abflusstiefe. Für Gefälle grösser als 1% sind beinahe alle beobachteten Werte  $h/d_{90}$  kleiner als 4. Eine deutliche Abnahme des Strickler- $k_{St}$ -Wertes ergibt sich für Gefälle grösser als etwa 0,6 bis 1%. Die Regressionsanalyse zur Bestimmung einer Geschwindigkeitsformel wurde daher für zwei unterschiedliche Gefällsbereiche durchgeführt. Zuerst wurden zwei dimensionslose Parameter definiert:  $Y = V / (g d_{90})^{1/2}$  und  $X = Q^{1/3} / (g^{1/6} d_{90}^{5/6})$ . Mit  $Y$  als unabhängiger Variable und  $X$  sowie dem Gefälle  $J$  als abhängigen Variablen wurde sodann eine mehrfache Regressionsberechnung durchgeführt, um eine Potenzfunktion für die Fließgeschwindigkeit zu bestimmen. Die Analyse bestätigte die Vermutung, dass eine bessere Übereinstimmung von berechneten und gemessenen Geschwindigkeiten erreicht wird, wenn die steileren und flacheren Gefällsbereiche mit zwei unterschiedlichen Gleichungen beschrieben werden. Die erste Gleichung wurde für Messungen mit  $J > 0,6\%$  ( $N = 217$ ), die zweite für Messungen mit  $J < 1,0\%$  ( $N = 187$ ) bestimmt. Damit ergibt sich ein Überlappungsbereich für Gefälle zwischen 0,6 und 1% mit 31 Datenpunkten.

$$J > 0,6\%: V = 0,37 g^{0,33} Q^{0,34} J^{0,20} / d_{90}^{0,35} \quad (9a)$$

$$J < 1,0\%: V = 0,96 g^{0,36} Q^{0,29} J^{0,35} / d_{90}^{0,23} \quad (9b)$$

Die beiden Gleichungen sind dimensionsgerecht. Im folgenden wurde Gleichung (9a) auf Messungen mit  $J \geq 0,8\%$  und (9b) auf solche mit  $J < 0,8\%$  angewendet. Für den Vergleich von berechneten und gemessenen Fließgeschwindigkeiten resultieren die folgenden statistischen Parameter: Korrelationskoeffizient  $r = 0,93$  sowohl für Gleichung (9a) als auch für (9b) und Standardfehler  $s_e = 34\%$  für Gleichung (9a) und  $s_e = 24\%$  für Gleichung (9b). (Der Standardfehler entspricht dem Quotienten zwischen Standardabweichung und mittlerem Messwert.) Zur optischen Beurteilung der Übereinstimmung ist das Verhältnis zwischen berechneten und gemessenen Geschwindigkeiten,  $V_b/V_m$ , in Bild 4 in Abhängigkeit des Gefälles dargestellt. Die Abweichungen zeigen mit änderndem Gefälle keinen systematischen Trend. Das Verhältnis  $V_b/V_m$  wurde auch gegen den Abfluss  $Q$ , die Korngrösse  $d_{90}$  sowie die relative Abflusstiefe  $h/d_{90}$  aufgetragen, wobei ausser in einem Fall ebenfalls keine systematischen Abweichungen festgestellt werden können. Einzig für kleinere, abnehmende Korngrössen des Datensatzes Nr. 1 ist ein leichter Trend zur Überschätzung der berechneten Fließgeschwindigkeiten zu erkennen (Bild 5).

#### 4. Vergleich mit der Strickler-Gleichung

Wird in der Manning-Strickler-Gleichung (5) der hydraulische Radius angenähert durch die mittlere Abflusstiefe  $h = Q / (VB)$  ersetzt, ergibt sich:

$$V = k_{St}^{0,60} Q^{0,40} J^{0,30} / B^{0,40} \quad (10)$$

Damit die Gleichungen (9) mit dem Ansatz von Manning-Strickler verglichen werden können, muss in (10) die Breite  $B$  ersetzt werden. Dafür kann eine Regime-Gleichung verwendet werden. Aus flussmorphologischen Untersuchungen gibt es viele Ansätze, die geometrische Grössen der Gerinne mit Abflussparametern in Verbindung bringen (Hey und Thorne, 1986). Im Prinzip sind solche Ansätze auch für Wildbäche anwendbar (Zeller, 1991a). Für die Gerinnebreite bei bettbildendem Abfluss («bankfull discharge»  $Q_b$ ) wird

häufig eine Proportionalität zu  $Q_b^{0,50}$  angegeben (Hey und Thorne, 1986), wobei diese Beziehung im Prinzip für Flussstrecken gilt. Betrachtet man die Abhängigkeit der Wasserspiegelbreite vom Abfluss  $Q$  in einem bestimmten Querprofil, so ergeben sich in der Regel kleinere Exponenten bei  $Q$  (Zeller, 1991a). Gemäss Laborversuchen und theoretischen Überlegungen kann die stabile Gerinnebreite in Kiesflüssen generell als Funktion des Abflusses, des Gefälles, einer charakteristischen Korngrösse und eines Kornverteilungs-Parameters ausgedrückt werden (Ikeda, 1988).

Für die Datensätze Nr. 3 bis 8 ist eine Angabe über die Wasserspiegelbreite oder die Gerinnebreite vorhanden. Obwohl sich die Daten zum Teil auf Flussstrecken und zum Teil auf Veränderungen der Fließgeschwindigkeit und des Abflusses in gegebenen Querprofilen beziehen, wurde versucht, mittels Regressionsanalyse eine Regimebeziehung für die mittlere Gerinnebreite (hier z.T. angenähert ausgedrückt durch die Breite des Gerinnes an der Sohle) zu bestimmen. Dazu wurden wiederum zwei dimensionslose, unabhängige Parameter verwendet:  $X = Q^{1/3} / (g^{1/6} d_{90}^{5/6})$  und das Gerinnegefälle  $J$ . Mit  $Y' = B/d_{90}$  wurde folgende Potenzfunktion für die (mittlere) Gerinnebreite  $B$  bestimmt:

$$B = 5,01 Q^{0,32} d_{90}^{0,21} / (g^{0,16} J^{0,25}) \quad (11)$$

Für den Vergleich von berechneten und gemessenen Breiten resultieren die folgenden statistischen Parameter: Korrelationskoeffizient  $r = 0,82$  und Standardfehler  $s_e = 44\%$ . Das Verhältnis zwischen berechneten und gemessenen Breiten,  $B_B/B_m$ , ist in Bild 6 in Abhängigkeit des Gerinnegefälles dargestellt. In Anbetracht der «gemischten» Daten mit Messungen sowohl in einem Querprofil als auch über Flussstrecken ist die Übereinstimmung als zufriedenstellend zu bezeichnen.

Kombiniert man die Gleichungen (9), (10) und (11), so erhält man einen Ausdruck für den Strickler- $k_{St}$ -Wert in Abhängigkeit der bereits bekannten Einflussgrössen:

$$J > 0,6\%: k_{St} = 0,56 g^{0,44} Q^{0,11} / (J^{0,33} d_{90}^{0,45}) \quad (12a)$$

$$J < 1,0\%: k_{St} = 2,73 g^{0,49} Q^{0,03} / (J^{0,08} d_{90}^{0,24}) \quad (12b)$$

Auch diese Gleichungen sind dimensionsgerecht; mit den üblichen metrischen Einheiten erhält man den  $k_{St}$ -Wert in  $[m^{1/3}/s]$ . Bild 7 zeigt das Verhältnis von berechneten zu gemessenen Strickler-Werten,  $k_{St,b} / k_{St,m}$ , in Abhängigkeit des Gerinnegefälles für die Datensätze Nr. 3 bis 8. Sowohl für die flacheren als auch – etwas deutlicher – für die steileren Gefälle ergibt sich eine leichte Unterschätzung der  $k_{St}$ -Werte. Der Grund liegt darin, dass in Gleichung (10) der hydraulische Radius durch die mittlere Abflusstiefe angenähert ist, wodurch der zugehörige  $k_{St}$ -Wert für eine gegebene Geschwindigkeit zu klein wird. Der Unterschied zwischen  $R$  und  $h$  ist vor allem bei steileren Gefällen mit kleineren Gerinnebreiten von Bedeutung. Stellt man das Verhältnis  $k_{St,b} / k_{St,m}$  in Abhängigkeit des Abflusses, der Korngrösse oder der relativen Abflusstiefe dar, so können keine systematischen Abweichungen festgestellt werden. Für den Vergleich von berechneten und gemessenen  $k_{St}$ -Werten resultieren die folgenden statistischen Parameter: Für Messungen mit  $J \geq 0,8\%$  ergibt sich für Gleichung (12a)  $r = 0,78$  und  $s_e = 36\%$ , und für Messungen mit  $J < 0,8\%$  erhält man für Gleichung (12b)  $r = 0,57$  und  $s_e = 24\%$ .

Mit den vorhandenen Daten wurde auch eine direkte Regressionsberechnung durchgeführt, wobei  $k_{St}$  wiederum mittels dimensionsloser Parameter bestimmt wurde: Mit  $Y = k_{St} d_{90}^{1/6} / g^{1/2}$  als abhängiger Variable sowie mit  $X = Q^{1/3} / (g^{1/6} d_{90}^{5/6})$  und dem Gefälle  $J$  als unabhängigen Variablen.

$$J > 0,8\%: k_{St} = 0,97 g^{0,41} Q^{0,19} / (J^{0,19} d_{90}^{0,64}) \quad (13a)$$

$$J < 0,8\%: k_{St} = 4,36 g^{0,49} Q^{0,02} / (J^{0,03} d_{90}^{0,23}) \quad (13b)$$

Für die flacheren Gefälle (13b) resultiert eine ähnliche Gleichung wie (12b), für die grösseren Gefälle (13a) ergeben sich hingegen etwas andere Werte der Exponenten als bei Gleichung (12a). Die Korrelation ist nur unwesentlich besser: für Gleichung (13a)  $r = 0,82$  und  $s_e = 26\%$ , und für Gleichung (13b)  $r = 0,57$  und  $s_e = 21\%$ . Bild 8 zeigt das Verhältnis von berechneten zu gemessenen *Strickler*-Werten,  $k_{St,b}/k_{St,m}$ , in Abhängigkeit des Gerinnegefälles für die Datensätze Nr. 3 bis 8. Stellt man das Verhältnis  $k_{St,b}/k_{St,m}$  in Abhängigkeit des Abflusses, der Korngrösse oder der relativen Abflusstiefe dar, können keine systematischen Abweichungen festgestellt werden.

Berechnet man den *Strickler*- $k_{St}$ -Wert nach Gleichung (6), so sind im Gefällsbereich von etwa 0,2% bis 5% die Abweichungen gegenüber dem gemessenen  $k_{St}$ -Wert ähnlich wie für die Gleichungen (12) und (13). Für Gefälle kleiner als 0,2% ergibt sich eine systematische Abweichung, mit Überschätzung des  $k_{St}$ -Wertes bis zu einem Faktor über 4 für Datensatz Nr. 8a. Für die wenigen Datenpunkte (nur 3) mit  $J > 6\%$  wird der  $k_{St}$ -Wert um etwa einen Faktor 2 überschätzt.

## 5. Vergleich mit weiteren Formeln

### Laborformel für steile Gerinne

Die aus Laborversuchen abgeleitete Fließgeschwindigkeitsformel (7) kann mit Hilfe der Regime-Gleichung (11) für die Gerinnebreite so umgeformt werden, dass ein Vergleich mit der Beziehung (9a) möglich ist:

$$V = 0,49 g^{0,30} Q^{0,41} J^{0,35} / d_{90}^{0,53} \quad (14)$$

Wird Gleichung (14) auf die hier berücksichtigten Naturmessungen angewendet, können zwischen berechneten und gemessenen Fließgeschwindigkeiten die folgenden statistischen Parameter bestimmt werden:  $r = 0,91$  und  $s_e = 40\%$  für Messungen mit  $J > 0,8\%$  sowie  $r = 0,97$  und  $s_e = 21\%$  für Messungen mit  $J > 5\%$ . Bild 9 zeigt für Gleichung (14) das Verhältnis zwischen berechneten und gemessenen Geschwindigkeiten,  $V_b/V_m$ , in Abhängigkeit des Gefälles. Es fällt auf, dass Gleichung (14) bzw. (7), die theoretisch für die Geschwindigkeit von Murenfronten hergeleitet wurde, sowohl die Fließgeschwindigkeiten von Abflüssen in einer steilen Laborrinne mit intensivem Geschiebetransport als auch von Reinwasserabflüssen in steilen Naturgerinnen sehr gut beschreibt.

Die Übereinstimmung zwischen berechneten und gemessenen Geschwindigkeiten ist für (14) also besser als für Gleichung (9a), wenn man nur die Messungen mit Gefällen grösser als 5% ( $N = 78$ ) berücksichtigt, sie ist hingegen schlechter, wenn alle Messungen mit Gefällen grösser als 0,8% ( $N = 177$ ) betrachtet werden. Gleichung (9a) ergibt eine gleichförmig gute Übereinstimmung für den ganzen Bereich der steilen Gefälle mit  $J > 0,8\%$ . Zu bemerken ist weiter, dass die Gleichungen (9a) und (14) unterschiedliche Kombinationen der Exponenten der unabhängigen Variablen aufweisen. Das Verhältnis von  $Q/d_{90}$  ist teilweise ein Mass für die relative Abflusstiefe  $h/d_{90}$ . Da das Gefälle und die relative Abflusstiefe für die hier untersuchten steileren Gerinne voneinander nicht unabhängig sind, ist es möglich, dass verschiedene Exponenten für die Parameter  $g$ ,  $Q$ ,  $J$  und  $d_{90}$  einen ähnlichen Trend wiedergeben. Überdies scheint die «beste» Kombination der Exponenten zu einem gewissen Grad vom betrachteten Gefällsbereich abzuhängen, was ja auch durch die Einführung der zwei Gleichungen (9a) und (9b) illustriert wird. Eine analoge Bemerkung gilt auch bezüglich der Gleichungen (12a) und (13a) für den *Strickler*- $k_{St}$ -Wert, welche unterschiedliche Kombinationen

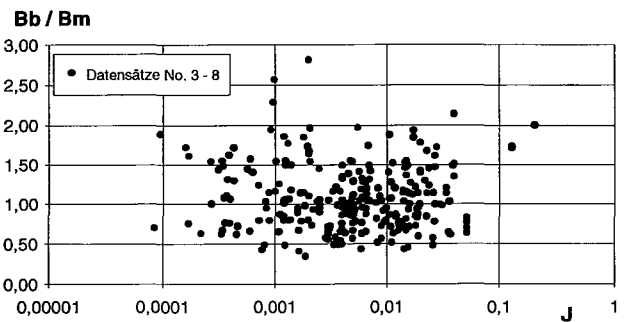


Bild 6. Verhältnis von berechneter zu gemessener (mittlerer) Gerinnebreite,  $B_b/B_m$ , in Abhängigkeit des Gerinnegefälles  $J$ .

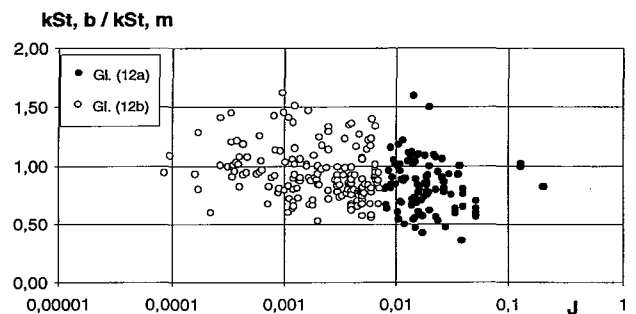


Bild 7. Verhältnis von berechnetem zu gemessenem *Strickler*-Wert,  $k_{St,b}/k_{St,m}$ , in Abhängigkeit des Gerinnegefälles  $J$  für die Gleichungen (12). Vor allem für den steileren Gefällsbereich ( $J \geq 0,008$ ) ergibt sich eine leichte, systematische Unterschätzung nach Gleichung (12a).

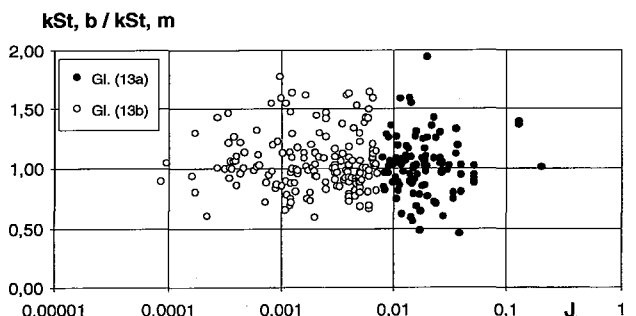


Bild 8. Verhältnis von berechnetem zu gemessenem *Strickler*-Wert,  $k_{St,b}/k_{St,m}$ , in Abhängigkeit des Gerinnegefälles  $J$  für die Gleichungen (13).

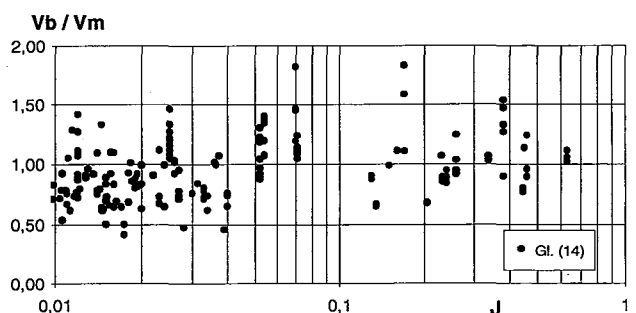


Bild 9. Verhältnis von berechneter zu gemessener Fließgeschwindigkeit,  $V_b/V_m$ , in Abhängigkeit des Gerinnegefälles  $J$  für Gleichung (14). Für die Daten mit Gefällen  $J \geq 5\%$  besteht die beste Übereinstimmung.

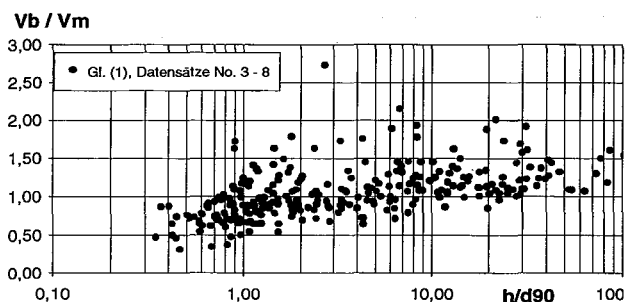


Bild 10: Verhältnis von berechneter zu gemessener Fließgeschwindigkeit,  $V_b/V_m$ , in Abhängigkeit der relativen Abflusstiefe  $h/d_{90}$  für Gleichung (1).

der Exponenten der unabhängigen Variablen aufweisen und ähnlich gute Resultate liefern.

### Logarithmische Fließformel

Für die Datensätze Nr. 3 bis 8 der Tabelle 1 wurde die Fließgeschwindigkeit auch mit Gleichung (1) berechnet. Dabei wurde mit  $\alpha = 0,05$  und  $\beta = 1,5$  gerechnet. In Bild 10 ist das Verhältnis zwischen berechneten und gemessenen Geschwindigkeiten,  $V_b/V_m$ , in Abhängigkeit der relativen Abflusstiefe dargestellt. Es fällt auf, dass für  $h/d_{90}$  grösser als etwa 3 bis 5 die Geschwindigkeit systematisch um einen mehr oder weniger konstanten Betrag überschätzt wird. Für abnehmende Werte  $h/d_{90}$  besteht dagegen ein Trend zur zunehmenden Unterschätzung von  $V$ .

Es sei angemerkt, dass im Bereich der grösseren relativen Abflusstiefen (und flacheren Gefälle) für die Koeffizienten  $\alpha$  und  $\beta$  andere Werte einzusetzen wären und damit eine bessere Übereinstimmung mit den gemessenen Geschwindigkeiten erreicht würde. Hier soll jedoch gezeigt werden, dass auch mit einem einzigen logarithmischen Fließgesetz ohne Variation von Koeffizienten nicht der ganze hier untersuchte Gefällsbereich beschrieben werden kann. So hat auch *Bathurst* (1985) festgestellt, dass die Fließgeschwindigkeiten in steilen Gerinnen grösser sind als die mit semilogarithmischen Ansätzen berechneten Werte.

## 6. Schlussbemerkungen

Übliche Ansätze zur Berechnung der Fließgeschwindigkeit in Bergbächen und Gebirgsflüssen sind das logarithmische Fließgesetz sowie die Formel von *Manning-Strickler*. Bei der ersteren Gleichung sind die «besten» Koeffizienten vom Gefälls- bzw. Rauigkeitsbereich abhängig; der *Strickler- $k_{St}$* -Wert ist ebenfalls von der Gerinnerauigkeit und -form abhängig.

Hier ist ein Ansatz vorgestellt, wonach die Fließgeschwindigkeit in natürlichen Gerinnen als Potenzfunktion der Parameter  $g$ ,  $Q$ ,  $J$  und  $d_{90}$  bestimmt werden kann. Für den untersuchten Gefällsbereich werden zwei verschiedene Formeln empfohlen: Gleichung (9a) für Gefälle grösser gleich 0,8%, und Gleichung (9b) für Gefälle kleiner als 0,8%. Soll ein entsprechender *Strickler- $k_{St}$* -Wert ermittelt werden, können die Gleichungen (13a) und (13b) benützt werden. Die Anwendungsbereiche der neuen vorgestellten Gleichungen sind in Tabelle 3 angegeben; sie sollten nicht ausserhalb des Bereiches der Daten angewendet werden, welche die Grundlage für die Herleitung bildeten. Falls in einer Berechnung die Abflusstiefe  $h$  und die Gerinnegeometrie gegeben sind, müssen die Geschwindigkeit  $V$  und der Abfluss  $Q$  mit einem iterativen Verfahren zusammen mit der Kontinuitätsgleichung bestimmt werden.

Ähnlich wie für das logarithmische Fließgesetz kann festgestellt werden, dass nicht mit einer einzigen Gleichung der ganze hier untersuchte Gefällsbereich (etwa 4 Grössenordnungen umfassend) beschrieben werden kann. Für die Berechnung der Geschiebetransportkapazität in Kiesgerinnen wurden Formeln entwickelt, die im wesentlichen ebenfalls von den Parametern  $Q$ ,  $J$  und  $d_{90}$  abhängen. Auch dabei wurde festgestellt, dass für unterschiedliche Gefällsbereiche besser zwei verschiedene Gleichungen verwendet werden (*Rickenmann*, 1990).

Bezüglich des hier vorgestellten Ansatzes, welcher die Fließgeschwindigkeit als Funktion von  $g$ ,  $Q$ ,  $J$  und  $d_{90}$  ausdrückt, können einige interessante Feststellungen zusammengefasst werden:

- Die anhand von Laborversuchen «geeichte» Gleichung (7) bzw. deren umgeformte Version, Gleichung (14), ergibt auch eine sehr gute Übereinstimmung mit Naturmessungen aus demselben Gefällsbereich.
- Für Abflüsse mit und ohne Geschiebetransport ist jeweils ein und dieselbe Formel sowohl im Labor [Gleichung (7), Versuche in der steilen Rinne der VAW] als auch in der Natur [Gleichung (9b), Datensätze Nr. 8a und 8b] erfolgreich angewendet worden.
- Gleichung (7) beschreibt auch die Geschwindigkeit von Murenfronten in Laborversuchen, und für Murgangabflüsse in der Natur kann u.a. auch der *Strickler*-Ansatz verwendet werden (*Haeberli et al.*, 1991).

Diese Feststellungen lassen die Hypothese zu, dass die Fließgeschwindigkeit bei Abflüssen von Wasser-Feststoff-Gemischen in natürlichen Gerinnen eine wichtige Steuergrösse sein könnte: Danach würde sich bei gegebenen Abfluss-, Gefälls- und Rauigkeitsverhältnissen eine bestimmte Fließgeschwindigkeit einstellen, die von der Grösse des Feststofftransportes mehr oder weniger unabhängig ist.

### Literatur

- Bathurst*, J. C. (1985): Flow resistance estimation in mountain rivers. *J. Hydr. Eng.*, ASCE, Vol. 111, No. 4, pp. 625-643.
- Bathurst*, J. C. (1988): Velocity profile in high-gradient, boulder-bed channels. *Proc. Int. Conf. on Fluvial Hydraulics*, Budapest, Hungary.
- Bayazit*, M. (1982): Flow structure and sediment transport mechanics in steep channels. *Proc. Euromech 156: Mechanics of Sediment Transport*, Istanbul, Turkey, pp. 197-206.
- Day*, T. J. (1977): Discussion of "Resistance equation for alluvial channel flow", by D. E. Burkhram and D. R. Dawdy. *J. Hydr. Div.*, ASCE, Vol. 103, HY5, pp. 582-584.
- Ferro*, V., *Baiamonte*, G. (1994): Flow velocity profiles in gravel-bed rivers. *J. Hydr. Eng.*, ASCE, Vol. 120, No. 1, pp. 60-80.
- Griffiths*, G. A. (1981): Flow resistance in coarse gravel bed rivers. *J. Hydr. Div.*, ASCE, Vol. 107, HY7, pp. 899-918.
- Hey*, R. D., *Thorne*, C. R. (1986): Stable channels with mobile gravel beds. *J. Hydr. Eng.*, ASCE, Vol. 112, No. 8, pp. 671-689.
- Haeberli*, W., *Rickenmann*, D., *Roesli*, U., *Zimmermann*, M. (1991): Murgänge 1987: Dokumentation und Analyse. In: Mitt. Nr. 5 des Bundesamtes für Wasserwirtschaft sowie Mitt. Nr. 10 der Landeshydrologie und -geologie, Bern, p. 77-88.
- Hager*, W. H. (1992): Fließformeln in Rauherinnen. *Wasserwirtschaft, Wassertechnik*, 8, pp. 381-384.

Tabelle 3. Bereiche der Parameter der Messdaten, welche für die Herleitung der empirischen Gleichungen verwendet worden sind.

Gleichung	$J$ [%]	$Q$ [m <sup>3</sup> /s]	$d_{90}$ [m]	$h/d_{90}$
(9b), (12b)	0,0085 - 0,8	0,3 - 2400	0,03 - 0,81	1 - 100
(9a), (12a)	0,8 - 63	0,03 - 140	0,05 - 2,1	0,4 - 4
(13)	3 - 63	0,03 - 140	0,19 - 2,1	0,4 - 1,5
(11)	0,0085 - 20	0,14 - 2400	0,03 - 2,1	0,4 - 100

- Hodel, H.* (1993): Untersuchung zur Geomorphologie, der Rauheit des Strömungswiderstandes und des Fließvorganges in Bergbächen. Diss. ETH Nr. 9830, ETH Zürich, 289 p.
- Ikeda, S., Parker, G., Kimura, Y.* (1988): Stable width and depth of straight gravel rivers with heterogeneous bed materials. *Water Resources Res.*, Vol. 24, No. 5, pp. 713–721.
- Jarrett, R. D.* (1984): Hydraulics of high-gradient streams. *J. Hydr. Eng.*, ASCE, Vol. 110, No. 11, pp. 1519–1539.
- Meunier, M.* (1991): *Éléments d'hydraulique torrentielle. Etudes Montagne*, CEMAGREF, Grenoble, No. 1, 278 p.
- Rickenmann, D.* (1990): Bedload transport capacity of slurry flows at steep slopes. *Mitt. der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie*, ETH Zürich, Nr. 103, 249 p.
- Rickenmann, D.* (1991): Hyperconcentrated flow and sediment transport at steep slopes. *J. Hydr. Eng.*, ASCE, Vol. 117, No. 11, pp. 1419–1439.
- Ruf, G.* (1988): Neue Ergebnisse über die Fließgeschwindigkeit in sehr rauhen Gerinnen (Wildbächen). *Proc. Interpraevent*, Graz, Bd. 4, pp. 165–176.
- Ruf, G.* (1990): Fließgeschwindigkeiten in der Ruetz/Stubaital/Tirol. *Wildbach- und Lawinenverbau*, 54. Jg., H. 115, pp. 219–227.
- Smart, G., Jäggi, M.* (1983): Sediment Transport on Steep Slopes. *Mitt. der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie*, ETH Zürich, Nr. 64, 191 p.
- Takahashi, T.* (1978): Mechanical characteristics of debris flow. *J. Hydr. Div.*, ASCE, Vol. 104, HY8, pp. 1153–1169.
- Takahashi, T.* (1987): High velocity flow in steep erodible channels. *Proc. XXII IAHR Congress*, Techn. Session A, Lausanne, Switzerland, pp. 42–53.
- Thompson, S. M., Campbell, P. L.* (1979): Hydraulics of a large channel paved with boulders. *J. Hydr. Res.*, 17, no. 4, pp. 341–354.
- Thorne, C. R., Zevenbergen, L. W.* (1985): Estimating mean velocity in mountain rivers. *J. Hydr. Eng.*, ASCE, Vol. 111, No. 4, pp. 612–624.
- Yen, B. C.* (1992): Dimensionally homogeneous Manning's formula. *J. Hydr. Eng.*, ASCE, Vol. 118, No. 9, pp. 1326–1331.
- Zeller, J.* (1991a): Die Gerinnegeometrie von Wildbächen oder ist die Regime-Theorie auch für Gebirgsbäche anwendbar? Manuskript.
- Zeller, J.* (1991b): Der Rauigkeitskoeffizient  $k$ -Strickler in der Abflussformel von A. Strickler. Manuskript.

Adresse des Autors: *Dieter Rickenmann*, Dr. sc. techn., dipl. Bauing. ETH/SIA, Eidg. Forschungsanstalt für Wald, Schnee und Landschaft (WSL), Zürcherstrasse 111, CH-8903 Birmensdorf.